



प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65/5/1**

अनुक्रमांक

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



## गणित

## MATHEMATICS



निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

## सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – खण्ड-क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड-क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तक आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड-ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड-घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड-ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड-ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड-ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड-घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

**General Instructions :**

**Read the following instructions very carefully and strictly follow them :**

- (i) *This Question paper contains 38 questions. All questions are **compulsory**.*
- (ii) *Question paper is divided into **FIVE Sections – Section A, B, C, D and E**.*
- (iii) *In **Section A** – Questions Number **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) type and Questions Number **19 & 20** are Assertion-Reason based questions of **1 mark** each.*
- (iv) *In **Section B** – Questions Number **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2 marks** each.*
- (v) *In **Section C** – Questions Number **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3 marks** each.*
- (vi) *In **Section D** – Questions Number **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions, carrying **5 marks** each.*
- (vii) *In **Section E** – Questions Number **36** to **38** are case study based questions, carrying **4 marks** each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in **Section – B**, **3** questions in **Section – C**, **2** questions in **Section – D** and **2** questions in **Section – E**.*
- (ix) *Use of calculators is **NOT** allowed.*

### खण्ड – क

इस खण्ड में 20 बहुविकल्पी प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक का 1 अंक है।

1.  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  द्वारा परिभाषित फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 (A) एकैकी है, परन्तु आच्छादक नहीं है।      (B) आच्छादक है, परन्तु एकैकी नहीं है।  
 (C) एकैकी तथा आच्छादक दोनों हैं।      (D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक है।
  
2. यदि  $A = \begin{bmatrix} a & c & -1 \\ b & 0 & 5 \\ 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  एक विषम-सममित आव्यूह है, तो  $2a - (b + c)$  का मान है :  
 (A) 0      (B) 1  
 (C) -10      (D) 10
  
3. यदि  $A$ , कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा  $|adj \cdot A| = 8$  है, तो  $|A^T|$  का मान है :  
 (A)  $\sqrt{2}$       (B)  $-\sqrt{2}$   
 (C) 8      (D)  $2\sqrt{2}$
  
4. यदि आव्यूह  $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  का व्युत्क्रम आव्यूह  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & \lambda & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  है, तो  $\lambda$  का मान है :  
 (A) -4      (B) 1  
 (C) 3      (D) 4
  
5. यदि  $[x \ 2 \ 0] \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ x \end{bmatrix} = [3 \ 1] \begin{bmatrix} -2 \\ x \end{bmatrix}$  है, तो  $x$  का मान है :  
 (A) -1      (B) 0  
 (C) 1      (D) 2

## SECTION – A

This section has **20** multiple choice questions of **1** mark each.

1. A function  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined as  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  is :  
(A) injective but not surjective.      (B) surjective but not injective.  
(C) both injective and surjective.      (D) neither injective nor surjective.
  
2. If  $A = \begin{bmatrix} a & c & -1 \\ b & 0 & 5 \\ 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  is a skew-symmetric matrix, then the value of  $2a - (b + c)$  is :  
(A) 0      (B) 1  
(C) -10      (D) 10
  
3. If  $A$  is a square matrix of order 3 such that the value of  $|\text{adj}\cdot A| = 8$ , then the value of  $|A^T|$  is :  
(A)  $\sqrt{2}$       (B)  $-\sqrt{2}$   
(C) 8      (D)  $2\sqrt{2}$
  
4. If inverse of matrix  $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  is the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & \lambda & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , then value of  $\lambda$  is :  
(A) -4      (B) 1  
(C) 3      (D) 4
  
5. If  $[x \ 2 \ 0] \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ x \end{bmatrix} = [3 \ 1] \begin{bmatrix} -2 \\ x \end{bmatrix}$ , then value of  $x$  is :  
(A) -1      (B) 0  
(C) 1      (D) 2

6. यदि  $A = [a_{ij}]$  एक  $2 \times 2$  आव्यूह है, जिसमें  $a_{ij} = \text{maximum } (i, j) - \text{minimum } (i, j)$  द्वारा प्रदत्त हैं, तो आव्यूह  $A^2$  है :

(A)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

7. यदि  $xe^y = 1$  है, तो  $x = 1$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान है :

(A)  $-1$

(B)  $1$

(C)  $-e$

(D)  $-\frac{1}{e}$

8.  $e^{\sin^2 x}$  का  $\cos x$  के सापेक्ष अवकलज है :

(A)  $\sin x e^{\sin^2 x}$

(B)  $\cos x e^{\sin^2 x}$

(C)  $-2 \cos x e^{\sin^2 x}$

(D)  $-2 \sin^2 x \cos x e^{\sin^2 x}$

9. फलन  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$  का स्थानीय निम्नतम  $x$  के जिस मान पर है, वह है :

(A)  $2$

(B)  $1$

(C)  $0$

(D)  $-2$

10. एक वक्र  $y = 7x - x^3$  प्रदत्त है तथा  $x, 2$  इकाई प्रति से. की दर से बढ़ रहा है। वक्र की ढाल के बदलने की दर, जब  $x = 5$  है, है

(A)  $-60$  इकाई/से.

(B)  $60$  इकाई/से.

(C)  $-70$  इकाई/से.

(D)  $-140$  इकाई/से.

11.  $\int \frac{1}{x(\log x)^2} dx$  बराबर है :

(A)  $2 \log (\log x) + c$

(B)  $-\frac{1}{\log x} + c$

(C)  $\frac{(\log x)^3}{3} + c$

(D)  $\frac{3}{(\log x)^3} + c$

6. Find the matrix  $A^2$ , where  $A = [a_{ij}]$  is a  $2 \times 2$  matrix whose elements are given by  $a_{ij} = \text{maximum } (i, j) - \text{minimum } (i, j)$ :

(A)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

7. If  $xe^y = 1$ , then the value of  $\frac{dy}{dx}$  at  $x = 1$  is :

(A)  $-1$

(B)  $1$

(C)  $-e$

(D)  $-\frac{1}{e}$

8. Derivative of  $e^{\sin^2 x}$  with respect to  $\cos x$  is :

(A)  $\sin x e^{\sin^2 x}$

(B)  $\cos x e^{\sin^2 x}$

(C)  $-2 \cos x e^{\sin^2 x}$

(D)  $-2 \sin^2 x \cos x e^{\sin^2 x}$

9. The function  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$  has a local minima at  $x$  equal to :

(A)  $2$

(B)  $1$

(C)  $0$

(D)  $-2$

10. Given a curve  $y = 7x - x^3$  and  $x$  increases at the rate of 2 units per second. The rate at which the slope of the curve is changing, when  $x = 5$  is :

(A)  $-60$  units/sec

(B)  $60$  units/sec

(C)  $-70$  units/sec

(D)  $-140$  units/sec

11.  $\int \frac{1}{x(\log x)^2} dx$  is equal to :

(A)  $2 \log(\log x) + c$

(B)  $-\frac{1}{\log x} + c$

(C)  $\frac{(\log x)^3}{3} + c$

(D)  $\frac{3}{(\log x)^3} + c$

12.  $\int_{-1}^1 x|x| dx$  का मान है :

(A)  $\frac{1}{6}$

(B)  $\frac{1}{3}$

(C)  $-\frac{1}{6}$

(D) 0

13. वक्र  $y^2 = 4x$ , X - अक्ष तथा  $x = 0$  और  $x = 1$  के बीच घेरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

(A)  $\frac{2}{3}$

(B)  $\frac{8}{3}$

(C) 3

(D)  $\frac{4}{3}$

14. अवकल समीकरण  $\frac{d^4y}{dx^4} - \sin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 5$  की कोटि है :

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) परिभाषित नहीं है।

15.  $\vec{p}$  तथा  $\vec{q}$  क्रमशः बिंदुओं P तथा Q के स्थिति सदिश हैं। बिंदु R रेखाखण्ड PQ को 3 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है तथा बिंदु S रेखाखण्ड PR का मध्य बिंदु है। S का स्थिति सदिश है :

(A)  $\frac{\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$

(B)  $\frac{\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$

(C)  $\frac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$

(D)  $\frac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$

16. रेखा  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$  द्वारा Y-अक्ष की धनात्मक दिशा से बनाया गया कोण है :

(A)  $\frac{5\pi}{6}$

(B)  $\frac{3\pi}{4}$

(C)  $\frac{5\pi}{4}$

(D)  $\frac{7\pi}{4}$

12. The value of  $\int_{-1}^1 x|x| dx$  is :
- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{3}$   
(C)  $-\frac{1}{6}$       (D) 0
13. Area of the region bounded by curve  $y^2 = 4x$  and the X-axis between  $x = 0$  and  $x = 1$  is :
- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $\frac{8}{3}$   
(C) 3      (D)  $\frac{4}{3}$
14. The order of the differential equation  $\frac{d^4y}{dx^4} - \sin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 5$  is :
- (A) 4      (B) 3  
(C) 2      (D) not defined
15. The position vectors of points P and Q are  $\vec{p}$  and  $\vec{q}$  respectively. The point R divides line segment PQ in the ratio 3 : 1 and S is the mid-point of line segment PR. The position vector of S is :
- (A)  $\frac{\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$       (B)  $\frac{\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$   
(C)  $\frac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$       (D)  $\frac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$
16. The angle which the line  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$  makes with the positive direction of Y-axis is :
- (A)  $\frac{5\pi}{6}$       (B)  $\frac{3\pi}{4}$   
(C)  $\frac{5\pi}{4}$       (D)  $\frac{7\pi}{4}$

17. बिंदु  $(1, -3, 2)$  से होकर जाने वाली तथा रेखा  $\vec{r} = (2 + \lambda)\hat{i} + \lambda\hat{j} + (2\lambda - 1)\hat{k}$  के समांतर एक रेखा का कार्तीय समीकरण है :

$$(A) \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-2}{-1}$$

$$(B) \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{2}$$

$$(C) \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-1}$$

$$(D) \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{2}$$

18. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$ , तब :

$$(A) A \subset B, \text{परन्तु } A \neq B$$

$$(B) A = B$$

$$(C) A \cap B = \emptyset$$

$$(D) P(A) = P(B)$$

### अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

**निर्देश :** प्रश्न 19 तथा 20 प्रत्येक में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क (R) दिया गया है। निम्न विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

(A) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं। तर्क (R) अभिकथन (A) की व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं। तर्क (R) अभिकथन (A) की व्याख्या नहीं करता।

(C) अभिकथन (A) सत्य है, परन्तु तर्क (R) असत्य है।

(D) अभिकथन (A) असत्य है, जबकि तर्क (R) सत्य है।

19. अभिकथन (A) :  $y = \cos^{-1}(x)$  का प्रांत  $[-1, 1]$  है।

तर्क (R) :  $y = \cos^{-1}(x)$  की मुख्य शाखा की परिसर  $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$  है।

17. The Cartesian equation of the line passing through the point  $(1, -3, 2)$  and parallel to the line :

$$\vec{r} = (2 + \lambda)\hat{i} + \lambda\hat{j} + (2\lambda - 1)\hat{k} \text{ is}$$

(A)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-2}{-1}$

(B)  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{2}$

(C)  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-1}$

(D)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{2}$

18. If A and B are events such that  $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$ , then :

(A)  $A \subset B$ , but  $A \neq B$

(B)  $A = B$

(C)  $A \cap B = \emptyset$

(D)  $P(A) = P(B)$

### Assertion – Reason Based Questions

**Direction :** In questions numbers **19** and **20**, two statements are given one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the following options :

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. **Assertion (A) :** Domain of  $y = \cos^{-1}(x)$  is  $[-1, 1]$ .

**Reason (R) :** The range of the principal value branch of  $y = \cos^{-1}(x)$  is

$$[0, \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}.$$

20. अभिकथन (A) : सदिश

$$\vec{a} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\vec{b} = 10\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k} \text{ तथा}$$

$$\vec{c} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं को निरूपित करते हैं।

**तर्क (R)** : तीन शून्येतर सदिश जिनमें से कोई दो सरेख नहीं हैं, एक त्रिभुज बनाते हैं, यदि उनका परिणाम शून्य सदिश हो अथवा किन्हीं दो सदिशों का योग तीसरे सदिश के समान हो।

### खण्ड – ख

इस खण्ड में 5 अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. यदि  $\sin^{-1} \left[ k \tan \left( 2 \cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \frac{\pi}{3}$  है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

22. (a) सत्यापित कीजिए कि  $f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन f,  $x = 0$  पर संतत है या नहीं।

### अथवा

(b)  $f(x) = |x - 5|$  द्वारा परिभाषित फलन f की  $x = 5$  पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

23. एक वृत्त का क्षेत्रफल  $2 \text{ cm}^2/\text{sec}$  की एकसमान दर से बढ़ रहा है। ज्ञात कीजिए कि त्रिज्या r = 5 cm पर इसकी परिधि के बढ़ने की दर क्या है?

20. **Assertion (A) :** The vectors

$$\vec{a} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\vec{b} = 10\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\vec{c} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

represent the sides of a right angled triangle.

**Reason (R) :** Three non-zero vectors of which none of two are collinear forms a triangle if their resultant is zero vector or sum of any two vectors is equal to the third.

## SECTION – B

This section has **5** Very Short Answer questions of **2** marks each.

21. Find value of k if

$$\sin^{-1} \left[ k \tan \left( 2 \cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \frac{\pi}{3}.$$

22. (a) Verify whether the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$  or not.

**OR**

(b) Check for differentiability of the function f defined by  $f(x) = |x - 5|$ , at the point  $x = 5$ .

23. The area of the circle is increasing at a uniform rate of  $2 \text{ cm}^2/\text{sec}$ . How fast is the circumference of the circle increasing when the radius  $r = 5 \text{ cm}$  ?

24. (a) ज्ञात कीजिए :  $\int \cos^3 x e^{\log \sin x} dx$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{1}{5 + 4x - x^2} dx$

25. बिंदु  $(2, 3, -5)$  से होकर जाने वाली तथा निर्देशांक अक्षों से समान कोण बनाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

### खण्ड – ग

इस खण्ड में 6 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं।

26. (a) यदि  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

अथवा

(b) यदि  $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

27. यदि  $x = a \sin^3 \theta$ ,  $y = b \cos^3 \theta$  है, तो  $\theta = \frac{\pi}{4}$  पर  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए :

28. (a) मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{2x+1}{(x+1)^2 (x-1)} dx$

24. (a) Find :  $\int \cos^3 x e^{\log \sin x} dx$

OR

(b) Find :  $\int \frac{1}{5 + 4x - x^2} dx$

25. Find the vector equation of the line passing through the point (2, 3, -5) and making equal angles with the co-ordinate axes.

### SECTION – C

There are **6** short answer questions in this section. Each is of **3** marks.

26. (a) Find  $\frac{dy}{dx}$ , if  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ .

OR

(b) If  $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$ .

27. If  $x = a \sin^3 \theta$ ,  $y = b \cos^3 \theta$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$  at  $\theta = \frac{\pi}{4}$ .

28. (a) Evaluate :  $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

OR

(b) Find :  $\int \frac{2x+1}{(x+1)^2 (x-1)} dx$

29. (a) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} - 2xy = 3x^2 e^{x^2}$ ;  $y(0) = 5$ , का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(b) निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x^2 dy + y(x+y) dx = 0$$

30. सदिशों  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  दोनों के लम्बवत ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 4 इकाई हो। अतः अपने उत्तर की जाँच कीजिए।

31. यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया है, जहाँ a तथा b कोई स्थिरांक है :

X	1	2	3	4	5
P(X)	0.2	a	a	0.2	b

यदि माध्य  $E(X) = 3$  है तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए। अतः  $P(X \geq 3)$  ज्ञात कीजिए।

**खण्ड – घ**

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (a) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। अतः निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y - 3z = 1$$

$$2x - 3z = 2$$

$$x + 2y = 3$$

**अथवा**

29. (a) Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 3x^2 e^{x^2}; y(0) = 5.$$

OR

(b) Solve the following differential equation :

$$x^2 dy + y(x+y) dx = 0$$

30. Find a vector of magnitude 4 units perpendicular to each of the vectors

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  and  $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  and hence verify your answer.

31. The random variable X has the following probability distribution where a and b are some constants :

X	1	2	3	4	5
P(X)	0.2	a	a	0.2	b

If the mean  $E(X) = 3$ , then find values of a and b and hence determine  $P(X \geq 3)$ .

## SECTION – D

There are **4** long answer questions in this section. Each question is of **5** marks.

32. (a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$  and hence solve the following system of equations :

$$x + 2y - 3z = 1$$

$$2x - 3z = 2$$

$$x + 2y = 3$$

OR

(b) आव्यूहों का गुणनफल  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & 17 & 13 \\ 14 & 5 & -8 \\ -15 & 9 & -1 \end{bmatrix}$  ज्ञात कीजिए :

अतः निम्न रेखीय समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$x + 2y - 3z = -4$$

$$2x + 3y + 2z = 2$$

$$3x - 3y - 4z = 11$$

33. समाकलन से वक्र  $4x^2 + y^2 = 36$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

34. (a) बिंदु  $(2, 3, -8)$  से रेखा  $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$  पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। अतः दिए गए बिंदु से दी गई रेखा पर खींचे लंब की लंबाई भी ज्ञात कीजिए।

### अथवा

(b) नीचे दी गई दो रेखाओं  $L_1$  तथा  $L_2$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए, जहाँ

$L_1$  : बिंदु  $(2, -1, 1)$  से होकर जाने वाली रेखा है जो  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$  के समांतर है, तथा

$L_2$  :  $\vec{r} = \hat{i} + (2\mu + 1)\hat{j} - (\mu + 2)\hat{k}$  है।

35. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों  $x + 2y \leq 12$

$$2x + y \leq 12$$

$$4x + 5y \geq 20$$

$x, y \geq 0$  के अंतर्गत  $Z = 60x + 40y$  का अधिकतमीकरण कीजिए।

- (b) Find the product of the matrices  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -4 \end{bmatrix}$  and  $\begin{bmatrix} -6 & 17 & 13 \\ 14 & 5 & -8 \\ -15 & 9 & -1 \end{bmatrix}$  and

hence solve the system of linear equations :

$$x + 2y - 3z = -4$$

$$2x + 3y + 2z = 2$$

$$3x - 3y - 4z = 11$$

33. Find the area of the region bounded by the curve  $4x^2 + y^2 = 36$  using integration.

34. (a) Find the co-ordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $(2, 3, -8)$  to the line  $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ .

Also, find the perpendicular distance of the given point from the line.

### OR

- (b) Find the shortest distance between the lines  $L_1$  &  $L_2$  given below :

$L_1$  : The line passing through  $(2, -1, 1)$  and parallel to  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$

$L_2$  :  $\vec{r} = \hat{i} + (2\mu + 1)\hat{j} - (\mu + 2)\hat{k}$ .

35. Solve the following L.P.P. graphically :

Maximise  $Z = 60x + 40y$

Subject to  $x + 2y \leq 12$

$$2x + y \leq 12$$

$$4x + 5y \geq 20$$

$$x, y \geq 0$$

## खण्ड – ४

इस खण्ड में 3 प्रकरण आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

36. (a) एक विद्यालय के छात्रों को रेलवे की विरासत और उसके इतिहास के बारे में जानने के लिए रेलवे संग्रहालय ले जाया जाता है।



एक प्रदर्शनी में स्टेशन के पास ट्रैक पर कई रेल-लाइनों को दर्शाया गया है। माना  $L$  रेलवे ट्रैक पर स्थित सभी रेल-लाइनों का समुच्चय है तथा  $R = \{(l_1, l_2) : l_1, l_2 \text{ के समांतर है}\}$  द्वारा परिभाषित  $L$  पर संबंध है।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- ज्ञात कीजिए कि संबंध  $R$  सममित है या नहीं।
- ज्ञात कीजिए कि संबंध  $R$  संक्रामक है या नहीं।
- यदि रेलवे ट्रैक पर एक रेल-लाइन को समीकरण  $y = 3x + 2$  द्वारा निरूपित किया गया है, तो  $R$  में इससे संबंधित रेल-लाइनों के समुच्चय को ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (b) माना एक संबंध  $S$ ,  $S = \{(l_1, l_2) : l_1, l_2 \text{ के लम्बवत है}\}$  द्वारा परिभाषित है, तो जाँच कीजिए कि क्या  $S$  सममित है तथा संक्रामक है।

## SECTION – E

In this section there are **3** case study questions of **4** marks each.

36. (a) Students of a school are taken to a railway museum to learn about railways heritage and its history.



An exhibit in the museum depicted many rail lines on the track near the railway station. Let  $L$  be the set of all rail lines on the railway track and  $R$  be the relation on  $L$  defined by

$$R = \{(l_1, l_2) : l_1 \text{ is parallel to } l_2\}$$

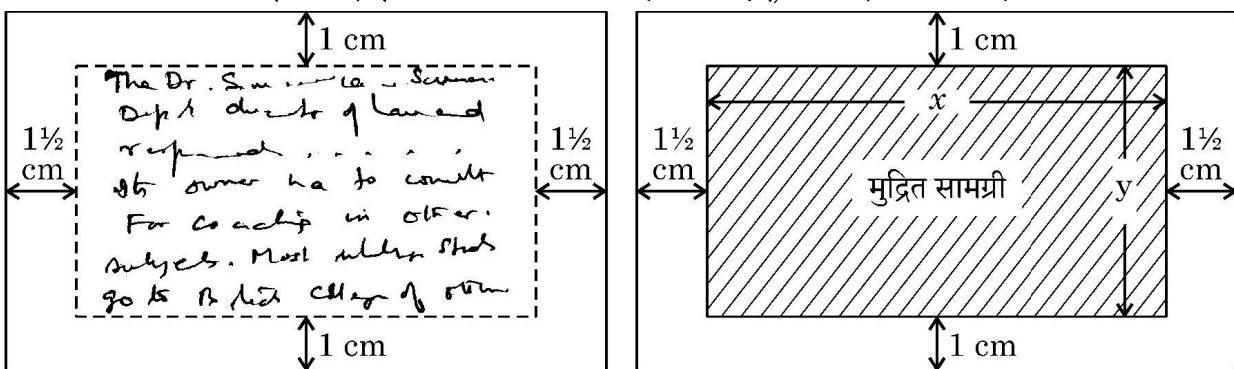
On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Find whether the relation  $R$  is symmetric or not.
- (ii) Find whether the relation  $R$  is transitive or not.
- (iii) If one of the rail lines on the railway track is represented by the equation  $y = 3x + 2$ , then find the set of rail lines in  $R$  related to it.

**OR**

- (b) Let  $S$  be the relation defined by  $S = \{(l_1, l_2) : l_1 \text{ is perpendicular to } l_2\}$   
check whether the relation  $S$  is symmetric and transitive.

37. एक आयताकार विजिटिंग कार्ड में 24 sq.cm. मुद्रित सामग्री होनी चाहिए। कार्ड के ऊपर और नीचे का मार्जिन 1 cm और बाएँ और दाएँ का मार्जिन  $1\frac{1}{2}$  cm होना चाहिए, जैसा दर्शाया गया है :



उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) विजिटिंग कार्ड के क्षेत्रफल को  $x$  के पदों में व्यक्त कीजिए।
- (ii) न्यूनतम क्षेत्रफल के लिए कार्ड की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

38. एक डिपार्टमेंटल स्टोर अपने ग्राहकों से महीने में एक बार शुल्क लेने के लिए बिल भेजता है। पिछला अनुभव बताता है कि इसके 70% ग्राहक अपने पहले महीने का बिल समय पर चुकाते हैं। स्टोर ने यह भी पाया कि जो ग्राहक एक महीने में समय पर भुगतान करता है, उसके अगले महीने समय पर भुगतान करने की प्रायिकता 0.8 है और जो ग्राहक एक महीने में समय पर भुगतान नहीं करता है, उसके अगले महीने समय पर भुगतान करने की प्रायिकता 0.4 है।

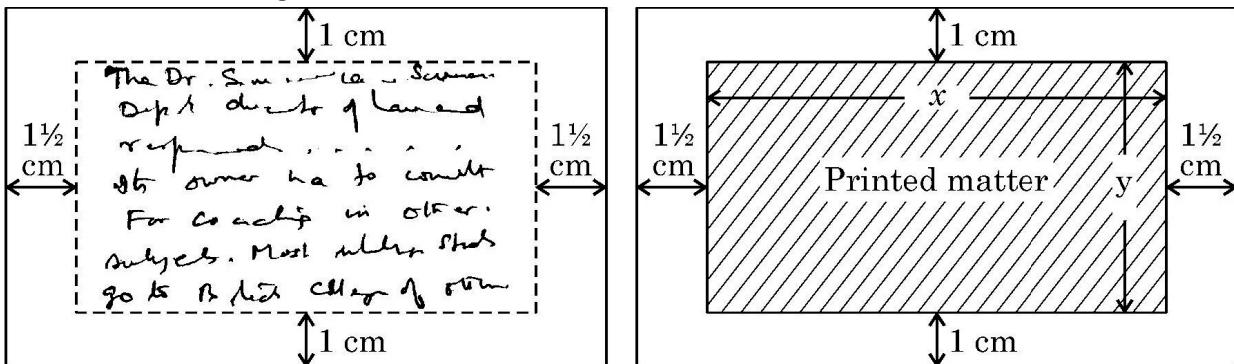
उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) माना  $E_1$  तथा  $E_2$  क्रमशः ग्राहक द्वारा पहले महीने के बिल का समय पर भुगतान करने या न करने की घटना को दर्शाते हैं, तो  $P(E_1)$  तथा  $P(E_2)$  ज्ञात कीजिए।
- (ii) माना A, ग्राहक द्वारा दूसरे महीने का बिल समय पर देने की घटना को दर्शाता है, तो  $P(A|E_1)$  तथा  $P(A|E_2)$  ज्ञात कीजिए।
- (iii) ग्राहक द्वारा दूसरे महीने का बिल समय पर देने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (iii) ग्राहक द्वारा पहले महीने का बिल समय पर दिए जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजए, जहाँ दिया है कि उसने दूसरे महीने का बिल समय पर दिया है।
-

37. A rectangular visiting card is to contain 24 sq.cm. of printed matter. The margins at the top and bottom of the card are to be 1 cm and the margins on the left and right are to be  $1\frac{1}{2}$  cm as shown below :



On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Write the expression for the area of the visiting card in terms of  $x$ .
- (ii) Obtain the dimensions of the card of minimum area.

38. A departmental store sends bills to charge its customers once a month. Past experience shows that 70% of its customers pay their first month bill in time. The store also found that the customer who pays the bill in time has the probability of 0.8 of paying in time next month and the customer who doesn't pay in time has the probability of 0.4 of paying in time the next month.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Let  $E_1$  and  $E_2$  respectively denote the event of customer paying or not paying the first month bill in time.  
Find  $P(E_1)$ ,  $P(E_2)$ .
- (ii) Let  $A$  denotes the event of customer paying second month's bill in time, then find  $P(A|E_1)$  and  $P(A|E_2)$ .
- (iii) Find the probability of customer paying second month's bill in time.

**OR**

- (iii) Find the probability of customer paying first month's bill in time if it is found that customer has paid the second month's bill in time.





प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65/4/1**

अनुक्रमांक

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



## गणित MATHEMATICS



निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

## सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न आनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है— खण्ड क, ख, ग, घ तथा ङ।
- (iii) खण्ड-क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तक आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड-ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड-घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड-ड में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड-ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड-ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड-घ के 3 प्रश्नों में तथा खण्ड-ड के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

### खण्ड – क

इस खण्ड में 20 बहुविकल्पी प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

$$20 \times 1 = 20$$

1. यदि  $\begin{bmatrix} a & c & 0 \\ b & d & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  एक अदिश आव्यूह (scalar matrix) है, तो  $a + 2b + 3c + 4d$  का मान है
- |        |        |
|--------|--------|
| (A) 0  | (B) 5  |
| (C) 10 | (D) 25 |

## **General Instructions :**

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

- (i) *This Question Paper contains 38 questions. All questions are **compulsory**.*
- (ii) *Question Paper is divided into **five** Sections – Section A, B, C, D and E.*
- (iii) *In **Section A** – Questions no. 1 to 18 are Multiple Choice Questions (MCQs) and Questions no. 19 & 20 are Assertion-Reason based questions of 1 mark each.*
- (iv) *In **Section B** – Questions no. 21 to 25 are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying 2 marks each.*
- (v) *In **Section C** – Questions no. 26 to 31 are Short Answer (SA) type questions, carrying 3 marks each.*
- (vi) *In **Section D** – Questions no. 32 to 35 are Long Answer (LA) type questions, carrying 5 marks each.*
- (vii) *In **Section E** – Questions no. 36 to 38 are case study based questions, carrying 4 marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 3 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

## **SECTION – A**

This section consists of **20** multiple choice questions of **1** mark each.  **$20 \times 1 = 20$**

1. If  $\begin{bmatrix} a & c & 0 \\ b & d & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  is a scalar matrix, then the value of  $a + 2b + 3c + 4d$  is :
- |        |        |
|--------|--------|
| (A) 0  | (B) 5  |
| (C) 10 | (D) 25 |

2. दिया है कि  $A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  है, तो आव्यूह A है :
- (A)  $7 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$       (D)  $\frac{1}{49} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
3. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $I - A + A^2 - A^3 + \dots$  है :
- (A)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
4. यदि  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  है, तो  $|A(\text{adj. } A)|$  का मान है :
- (A) 100 I      (B) 10 I  
 (C) 10      (D) 1000
5. दिया है कि  $[1 \ x] \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = 0$ , तो x का मान है :
- (A) -4      (B) -2  
 (C) 2      (D) 4
6.  $e^{2x}$  का  $e^x$  के सापेक्ष अवकलज है :
- (A)  $e^x$       (B)  $2e^x$   
 (C)  $2e^{2x}$       (D)  $2e^{3x}$

2. Given that  $A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ , matrix A is :

(A)  $7 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(C)  $\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(D)  $\frac{1}{49} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

3. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ , then the value of  $I - A + A^2 - A^3 + \dots$  is :

(A)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

4. If  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ , then the value of  $|A(\text{adj. } A)|$  is :

(A)  $100 I$

(B)  $10 I$

(C)  $10$

(D)  $1000$

5. Given that  $[1 \ x] \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = 0$ , the value of  $x$  is :

(A)  $-4$

(B)  $-2$

(C)  $2$

(D)  $4$

6. Derivative of  $e^{2x}$  with respect to  $e^x$ , is :

(A)  $e^x$

(B)  $2e^x$

(C)  $2e^{2x}$

(D)  $2e^{3x}$

7.  $k$  के किस मान के लिए, फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$

$x=0$  पर सतत है ?

(A) 0

(B)  $\frac{1}{4}$

(C) 1

(D) 4

8.  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$  का मान है :

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{4}$

(C)  $\frac{\pi}{2}$

(D)  $\frac{\pi}{18}$

9. अवकल समीकरण  $x dy + y dx = 0$  का व्यापक हल है :

(A)  $xy = c$

(B)  $x + y = c$

(C)  $x^2 + y^2 = c^2$

(D)  $\log y = \log x + c$

10. अवकल समीकरण  $(x + 2y^2) \frac{dy}{dx} = y$  ( $y > 0$ ) का समाकलन गुणक है :

(A)  $\frac{1}{x}$

(B)  $x$

(C)  $y$

(D)  $\frac{1}{y}$

11. यदि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  दो ऐसे सदिश हैं कि  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$  तथा  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$  है, तो  $2\vec{a} - \vec{b}$  के बीच का कोण है :

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{5\pi}{6}$

(D)  $\frac{11\pi}{6}$

7. For what value of  $k$ , the function given below is continuous at  $x = 0$  ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$$

(A) 0

(B)  $\frac{1}{4}$

(C) 1

(D) 4

8. The value of  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$  is :

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{4}$

(C)  $\frac{\pi}{2}$

(D)  $\frac{\pi}{18}$

9. The general solution of the differential equation  $x dy + y dx = 0$  is :

(A)  $xy = c$

(B)  $x + y = c$

(C)  $x^2 + y^2 = c^2$

(D)  $\log y = \log x + c$

10. The integrating factor of the differential equation  $(x + 2y^2) \frac{dy}{dx} = y$  ( $y > 0$ ) is :

(A)  $\frac{1}{x}$

(B)  $x$

(C)  $y$

(D)  $\frac{1}{y}$

11. If  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are two vectors such that  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$  and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ , then the angle between  $2\vec{a}$  and  $-\vec{b}$  is :

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{5\pi}{6}$

(D)  $\frac{11\pi}{6}$

12. सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$  जिस त्रिभुज की भुजाओं को निरूपित करते हैं, वह है :

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| (A) एक समबाहु त्रिभुज     | (B) एक अधिक-कोण त्रिभुज |
| (C) एक समद्विबाहु त्रिभुज | (D) एक समकोण त्रिभुज    |

13. माना  $\vec{a}$  एक ऐसा सदिश है जिसके लिए  $|\vec{a}| = a$  है, तो

$$|\vec{a} \times \hat{i}|^2 + |\vec{a} \times \hat{j}|^2 + |\vec{a} \times \hat{k}|^2 \text{ का मान है :}$$

- |            |            |
|------------|------------|
| (A) $a^2$  | (B) $2a^2$ |
| (C) $3a^2$ | (D) 0      |

14. बिंदु  $(1, -1, 0)$  से होकर जाने वाली तथा Y-अक्ष के समांतर रेखा का, सदिश समीकरण है :

- |  |   |
|--|---|
| (A) $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} + \lambda(\hat{i} - \hat{j})$ | (B) $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} + \lambda \hat{j}$ |
| (C) $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} + \lambda \hat{k}$            | (D) $\vec{r} = \lambda \hat{j}$                     |

15. रेखाएँ  $\frac{1-x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$  तथा  $\frac{2x-3}{2p} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$ , p के जिस मान के लिए परस्पर लंबवत हैं, वह है :

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| (A) $-\frac{1}{2}$ | (B) $\frac{1}{2}$ |
| (C) 2              | (D) 3             |

12. The vectors  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$  represents the sides of

- (A) an equilateral triangle
- (B) an obtuse-angled triangle
- (C) an isosceles triangle
- (D) a right-angled triangle

13. Let  $\vec{a}$  be any vector such that  $|\vec{a}| = a$ . The value of

$$|\vec{a} \times \hat{i}|^2 + |\vec{a} \times \hat{j}|^2 + |\vec{a} \times \hat{k}|^2 \text{ is :}$$

- (A)  $a^2$
- (B)  $2a^2$
- (C)  $3a^2$
- (D) 0

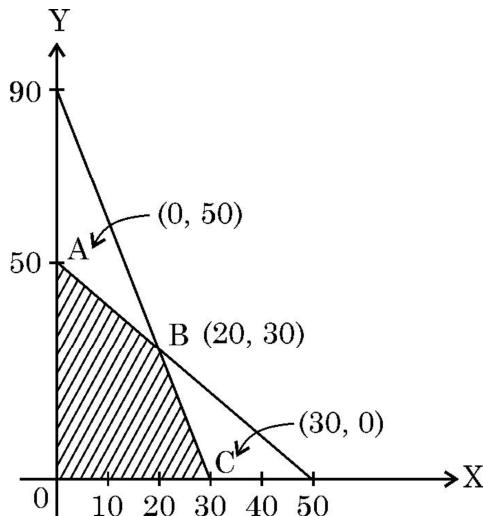
14. The vector equation of a line passing through the point  $(1, -1, 0)$  and parallel to Y-axis is :

- (A)  $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} + \lambda(\hat{i} - \hat{j})$
- (B)  $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} + \lambda \hat{j}$
- (C)  $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} + \lambda \hat{k}$
- (D)  $\vec{r} = \lambda \hat{j}$

15. The lines  $\frac{1-x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$  and  $\frac{2x-3}{2p} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$  are perpendicular to each other for p equal to :

- (A)  $-\frac{1}{2}$
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C) 2
- (D) 3

16. रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) जिसका सुसंगत क्षेत्र दर्शाया गया है, के उद्देश्य फलन  $Z = 4x + y$  का अधिकतम मान है :



- (A) 50 (B) 110  
(C) 120 (D) 170

17. यदि एक यादृच्छिक चर  $X$  का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

<b>X</b>	0	1	2	3	4
<b>P(X)</b>	0.1	k	2k	k	0.1

जहाँ  $k$  एक अज्ञात अचर है।

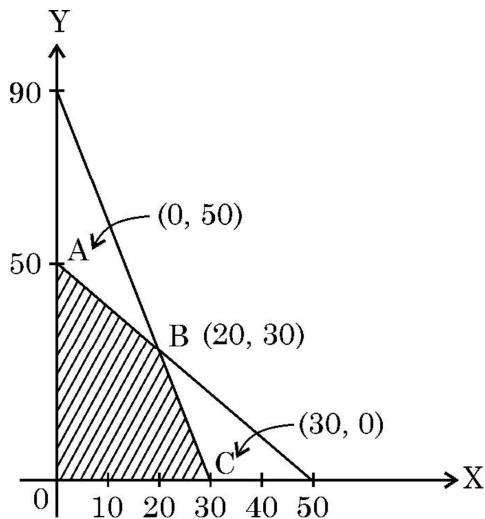
तो यादृच्छिक चर  $X$  का मान 2 होने की प्रायिकता है

- (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{2}{5}$   
(C)  $\frac{4}{5}$  (D) 1

18. फलन  $f(x) = kx - \sin x$  निरंतर वर्धमान है, यदि

- (A)  $k > 1$  (B)  $k < 1$   
(C)  $k > -1$  (D)  $k < -1$

16. The maximum value of  $Z = 4x + y$  for a L.P.P. whose feasible region is given below is :



- (A) 50  
 (C) 120

- (B) 110  
 (D) 170

17. The probability distribution of a random variable X is :

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	k	0.1

where k is some unknown constant.

The probability that the random variable X takes the value 2 is :

- (A)  $\frac{1}{5}$     (B)  $\frac{2}{5}$   
 (C)  $\frac{4}{5}$     (D) 1

18. The function  $f(x) = kx - \sin x$  is strictly increasing for

- (A)  $k > 1$     (B)  $k < 1$   
 (C)  $k > -1$     (D)  $k < -1$

## अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

प्रश्न संख्या 19 एवं 20 में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क (R) दिया है। निम्न में से सही उत्तर चुनिए :

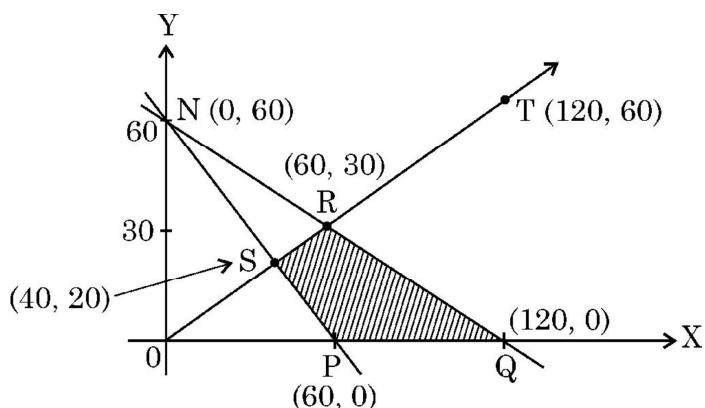
- (A) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं। तर्क (R) अभिकथन (A) की पूरी व्याख्या करता है।
- (B) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं। तर्क (R) अभिकथन (A) की पूरी व्याख्या नहीं करता।
- (C) अभिकथन (A) सत्य है, परन्तु तर्क (R) असत्य है।
- (D) अभिकथन (A) असत्य है जबकि तर्क (R) सत्य है।

19. **अभिकथन (A) :** संबंध  $R = \{(x, y) : (x + y) \text{ एक अभाज्य संख्या है तथा } x, y \in N\}$  एक स्वतुल्य संबंध नहीं है।

**तर्क (R) :** सभी प्राकृत संख्याओं n के लिए,  $2n$  एक भाज्य संख्या है।

20. **अभिकथन (A) :** किसी LPP के लिए परिबद्ध सुसंगत क्षेत्र के कोणीय बिंदु दर्शाए गए हैं।

$Z = x + 2y$  का अधिकतम मान अनन्त बिंदुओं पर है।



**तर्क (R) :** एक LPP जिसका सुसंगत क्षेत्र परिबद्ध हो, का इष्टतम हल कोणीय बिंदु पर होता है।

### ASSERTION-REASON BASED QUESTIONS

Questions No. 19 & 20, are Assertion (A) and Reason (R) based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R).

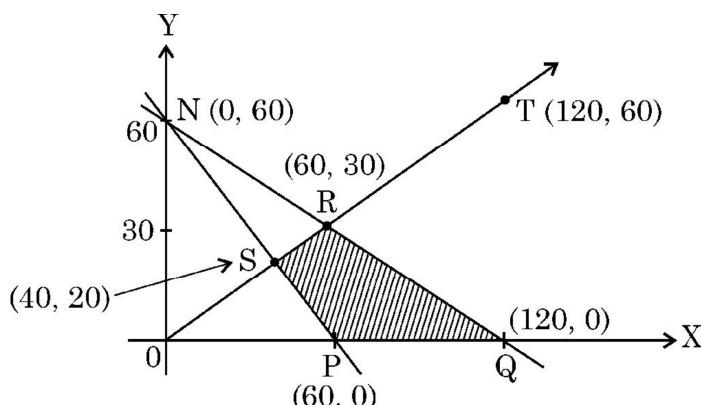
Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below :

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. **Assertion (A)** : The relation  $R = \{(x, y) : (x + y) \text{ is a prime number and } x, y \in \mathbb{N}\}$  is not a reflexive relation.

**Reason (R)** : The number '2n' is composite for all natural numbers n.

20. **Assertion (A)** : The corner points of the bounded feasible region of a L.P.P. are shown below. The maximum value of  $Z = x + 2y$  occurs at infinite points.



**Reason (R)** : The optimal solution of a LPP having bounded feasible region must occur at corner points.

### खण्ड – ख

इस खण्ड में 5 अति लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (a)  $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  के लिए  $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$  को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

अथवा

(b)  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

22. (a) यदि  $y = \cos^3(\sec^2 2t)$  है, तो  $\frac{dy}{dt}$  ज्ञात कीजिए।

अथवा

(b) यदि  $x^y = e^{x-y}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$ .

23. वह अंतराल ज्ञात कीजिए, जिसमें फलन  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$  निरंतर हासमान है।

24. एक घन का आयतन  $6 \text{ cm}^3/\text{s}$  की दर से बढ़ रहा है। घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है, जब इसके किनारे की लंबाई  $8 \text{ cm}$  है?

25. ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{1}{x(x^2 - 1)} dx.$

### खण्ड – ग

इस खण्ड में 6 लघु-उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. दिया है कि  $y = (\sin x)^x \cdot x^{\sin x} + a^x$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

27. (a) मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{1 + \cos 2x + \sin 2x}$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए :  $\int e^x \left[ \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right] dx$

## SECTION – B

In this section there are **5** very short answer type questions of **2** marks each.

21. (a) Express  $\tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right)$ , where  $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  in the simplest form.

**OR**

- (b) Find the principal value of  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) + \sin^{-1} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ .

22. (a) If  $y = \cos^3(\sec^2 2t)$ , find  $\frac{dy}{dt}$ .

**OR**

- (b) If  $x^y = e^{x-y}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$ .

23. Find the interval in which the function  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$  is strictly decreasing.

24. The volume of a cube is increasing at the rate of  $6 \text{ cm}^3/\text{s}$ . How fast is the surface area of cube increasing, when the length of an edge is  $8 \text{ cm}$  ?

25. Find :  $\int \frac{1}{x(x^2 - 1)} dx$ .

## SECTION – C

In this section there are **6** short answer type questions of **3** marks each.

26. Given that  $y = (\sin x)^x \cdot x^{\sin x} + a^x$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

27. (a) Evaluate :  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{1 + \cos 2x + \sin 2x}$

**OR**

- (b) Find :  $\int e^x \left[ \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right] dx$

28. ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+2x+4}} dx$

29. (a) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = y \cot 2x$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$  ।

अथवा

(b) अवकल समीकरण  $(x e^{\frac{y}{x}} + y) dx = x dy$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि  $y = 1$  है जब  $x = 1$  है ।

30. निम्न रैखीय प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों  $x + y \leq 6$

$x \geq 2$

$y \leq 3$

$x, y \geq 0$

के अंतर्गत  $Z = 2x + 3y$  का अधिकतमीकरण कीजिए ।

31. (a) 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई ताश की गड्ढी में से एक पत्ता खो जाता है । शेष पत्तों में से यादृच्छ्या एक पत्ता निकाला जाता है, जो बादशाह वाला पत्ता पाया जाता है । खो गए पत्ते के बादशाह वाला पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) एक अभिनत पासे पर समसंख्या आने की प्रायिकता, विषम संख्या के आने की प्रायिकता से दुगुनी है । इस पासे को दो बार उछाला गया । छः आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । इस बंटन का माध्य भी ज्ञात कीजिए ।

28. Find :  $\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+2x+4}} dx$

29. (a) Find the particular solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = y \cot 2x$ ,  
given that  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ .

**OR**

(b) Find the particular solution of the differential equation

$$(xe^{\frac{y}{x}} + y) dx = x dy, \text{ given that } y = 1 \text{ when } x = 1.$$

30. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise  $Z = 2x + 3y$

subject to the constraints :

$$x + y \leq 6$$

$$x \geq 2$$

$$y \leq 3$$

$$x, y \geq 0$$

31. (a) A card from a well shuffled deck of 52 playing cards is lost. From the remaining cards of the pack, a card is drawn at random and is found to be a King. Find the probability of the lost card being a King.

**OR**

(b) A biased die is twice as likely to show an even number as an odd number. If such a die is thrown twice, find the probability distribution of the number of sixes. Also, find the mean of the distribution.

## खण्ड – घ

इस खण्ड में चार दीर्घ-उत्तर वाले प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 5 अंक हैं।

32. (a) वक्र  $y = x|x|$  का आलेख खींचिए। अतः इस वक्र, X-अक्ष तथा कोटियों  $x = -2$  तथा  $x = 2$  के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन से ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (b) समाकलन के प्रयोग से दीर्घवृत्त  $9x^2 + 25y^2 = 225$ , रेखाओं  $x = -2$  तथा  $x = 2$  और X-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

33. (a) माना  $A = R - \{5\}$  तथा  $B = R - \{1\}$  है।  $f(x) = \frac{x-3}{x-5}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f : A \rightarrow B$  पर विचार कीजिए। दर्शाइए कि  $f$  एकैकी व आच्छादक है।

**अथवा**

- (b) जाँच कीजिए कि क्या सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में परिभाषित संबंध  $S = \{(a, b) : \text{जहाँ } a - b + \sqrt{2} \text{ एक अपरिमेय संख्या है}\}$  स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

34. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। अतः निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए।

$$2x + y - 3z = 13$$

$$3x + 2y + z = 4$$

$$x + 2y - z = 8$$

35. (a) रेखा  $\frac{x}{2} = \frac{2y - 6}{4} = \frac{1 - z}{-1}$  तथा इसके समांतर एक अन्य रेखा जो बिंदु  $(4, 0, -5)$  से होकर जाती है, के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (b) यदि रेखाएँ  $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$  तथा  $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-7}$  परस्पर लंबवत हैं, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए। अतः उपरोक्त दोनों रेखाओं के लंबवत एक रेखा का सदिश समीकरण लिखिए, जो बिंदु  $(3, -4, 7)$  से होकर जाती है।

## SECTION – D

In the section there are 4 long answer type questions of **5** marks each.

32. (a) Sketch the graph of  $y = x|x|$  and hence find the area bounded by this curve, X-axis and the ordinates  $x = -2$  and  $x = 2$ , using integration.

**OR**

- (b) Using integration, find the area bounded by the ellipse  $9x^2 + 25y^2 = 225$ , the lines  $x = -2$ ,  $x = 2$ , and the X-axis.

33. (a) Let  $A = \mathbb{R} - \{5\}$  and  $B = \mathbb{R} - \{1\}$ . Consider the function  $f : A \rightarrow B$ , defined by  $f(x) = \frac{x-3}{x-5}$ . Show that  $f$  is one-one and onto.

**OR**

- (b) Check whether the relation  $S$  in the set of real numbers  $\mathbb{R}$  defined by  $S = \{(a, b) : \text{where } a - b + \sqrt{2} \text{ is an irrational number}\}$  is reflexive, symmetric or transitive.

34. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$  and hence solve the following system of equations :

$$2x + y - 3z = 13$$

$$3x + 2y + z = 4$$

$$x + 2y - z = 8$$

35. (a) Find the distance between the line  $\frac{x}{2} = \frac{2y-6}{4} = \frac{1-z}{-1}$  and another line parallel to it passing through the point  $(4, 0, -5)$ .

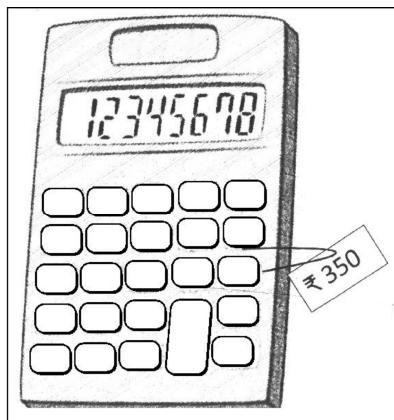
**OR**

- (b) If the lines  $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$  and  $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-7}$  are perpendicular to each other, find the value of  $k$  and hence write the vector equation of a line perpendicular to these two lines and passing through the point  $(3, -4, 7)$ .

## खण्ड – छ

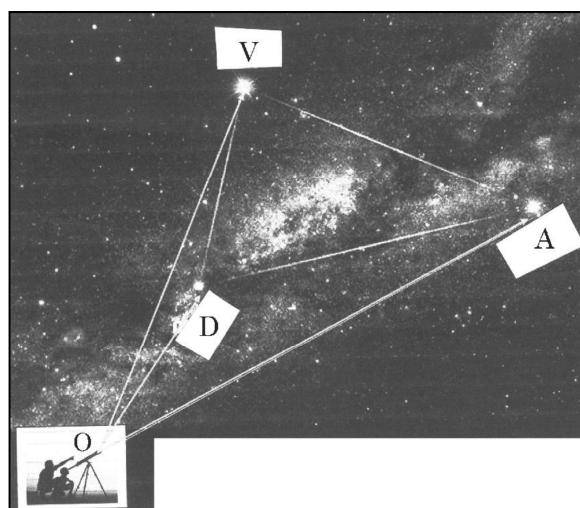
इस खण्ड में 3 प्रकरण आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

36. एक स्टोर, कैल्कुलेटर ₹ 350 प्रति कैल्कुलेटर के भाव से बेच रहा है। मार्केट के एक सर्वे के अनुसार मूल्य (p) के घटाने पर बिकने वाले कैल्कुलेटरों की संख्या (x) बढ़ जाती है। मूल्य और बिकने वाली संख्या का संबंध, अर्थात् माँग फलन  $p = 450 - \frac{1}{2}x$  द्वारा प्रदत्त है।



उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

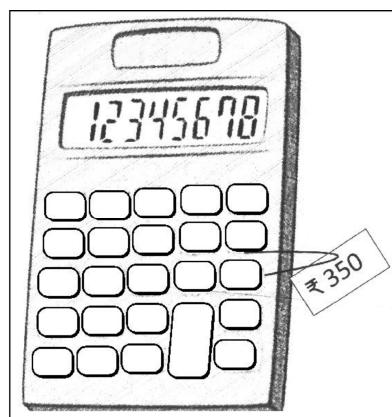
- (i) अधिकतम आय  $R(x) = xp(x)$  प्राप्त करने के लिए कितनी इकाई (x) बेचने होंगे ? अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए।
- (ii) अधिकतम आय के लिए एक कैल्कुलेटर के मूल्य को स्टोर को कितना घटाना होगा ?
37. एक खगोलीय केंद्र में एक प्रशिक्षक एक विशेष तारामंडल में सबसे चमकीले तीन सितारों को दर्शाता है। मान लें कि दूरबीन O (0, 0, 0) पर स्थित है तथा तीन सितारों की स्थितियाँ D, A तथा V पर इस प्रकार हैं कि उनके स्थिति-सदिश क्रमशः  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $7\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$  तथा  $-3\hat{i} + 7\hat{j} + 11\hat{k}$  हैं।



## SECTION – E

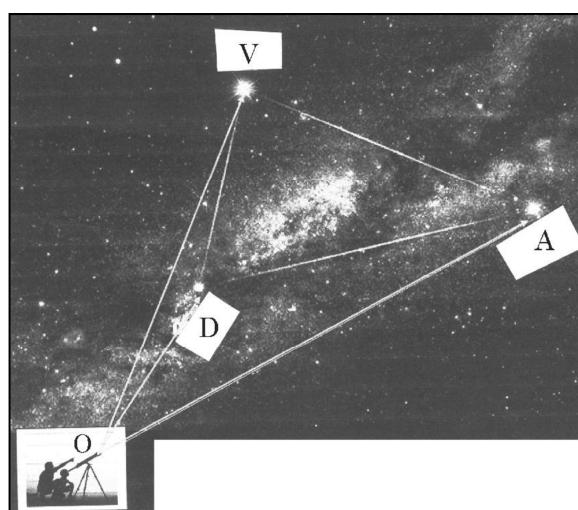
In this section, there are 3 case study based questions of 4 marks each.

36. A store has been selling calculators at ₹ 350 each. A market survey indicates that a reduction in price ( $p$ ) of calculator increases the number of units ( $x$ ) sold. The relation between the price and quantity sold is given by the demand function  $p = 450 - \frac{1}{2}x$ .



Based on the above information, answer the following questions :

- Determine the number of units ( $x$ ) that should be sold to maximise the revenue  $R(x) = xp(x)$ . Also, verify the result.
  - What rebate in price of calculator should the store give to maximise the revenue ?
37. An instructor at the astronomical centre shows three among the brightest stars in a particular constellation. Assume that the telescope is located at  $O(0, 0, 0)$  and the three stars have their locations at the points D, A and V having position vectors  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $7\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$  and  $-3\hat{i} + 7\hat{j} + 11\hat{k}$  respectively.



उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

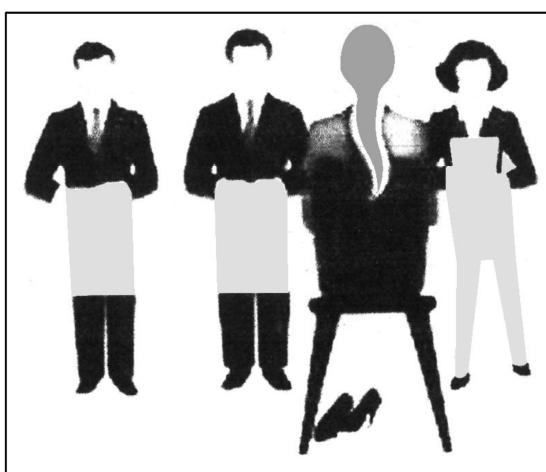
- (i) सितारा V, सितारे A से कितनी दूरी पर है ? 1
- (ii)  $\overrightarrow{DA}$  की दिशा में एक एकक-सदिश ज्ञात कीजिए । 1
- (iii)  $\angle VDA$  का माप ज्ञात कीजिए । 2

अथवा

- (iii) सदिश  $\overrightarrow{DV}$  का सदिश  $\overrightarrow{DA}$  पर प्रक्षेप कितना है ? 2

38. रोहित, जसप्रीत और आलिया एक ही पद की तीन रिक्तियों के लिए साक्षात्कार के लिए उपस्थित हुए ।

रोहित के चुने जाने की प्रायिकता  $\frac{1}{5}$  है, जसप्रीत के चुने जाने की प्रायिकता  $\frac{1}{3}$  तथा आलिया के चुने जाने की प्रायिकता  $\frac{1}{4}$  है । चयन की घटना एक दूसरे से स्वतंत्र है ।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें :

- (i) इनमें से कम से कम एक के चुने जाने की प्रायिकता क्या है ? 1
- (ii)  $P(G | \bar{H})$  ज्ञात कीजिए जहाँ G, जसप्रीत के चुने जाने को दर्शाती है तथा  $\bar{H}$  रोहित के न चुने जाने को दर्शाती है । 1
- (iii) उनमें से केवल एक के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2

अथवा

- (iii) उनमें से कोई दो के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2

Based on the above information, answer the following questions :

(i) How far is the star V from star A ? 1

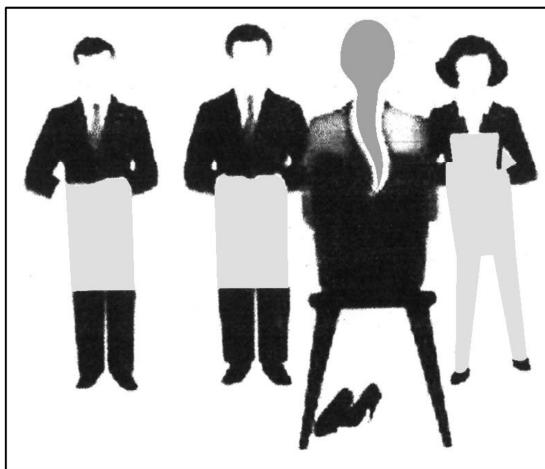
(ii) Find a unit vector in the direction of  $\overrightarrow{DA}$ . 1

(iii) Find the measure of  $\angle VDA$ . 2

**OR**

(iii) What is the projection of vector  $\overrightarrow{DV}$  on vector  $\overrightarrow{DA}$ ? 2

38. Rohit, Jaspreet and Alia appeared for an interview for three vacancies in the same post. The probability of Rohit's selection is  $\frac{1}{5}$ , Jaspreet's selection is  $\frac{1}{3}$  and Alia's selection is  $\frac{1}{4}$ . The event of selection is independent of each other.



Based on the above information, answer the following questions :

(i) What is the probability that at least one of them is selected ? 1

(ii) Find  $P(G | \bar{H})$  where G is the event of Jaspreet's selection and  $\bar{H}$  denotes the event that Rohit is not selected. 1

(iii) Find the probability that exactly one of them is selected. 2

**OR**

(iii) Find the probability that exactly two of them are selected. 2





प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65(B)**

अनुक्रमांक

Roll No.



परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

**MATHEMATICS**

**(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)**

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

## खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$  है, तो  $x$  का वह मान, जिसके लिए  $A$  एक तत्समक आव्यूह है, है :
- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| (A) $\frac{\pi}{2}$ | (B) $\pi$            |
| (C) 0               | (D) $\frac{3\pi}{2}$ |



### **General Instructions :**

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

- (i) *This question paper contains **38** questions. All questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five Sections – A, B, C, D and E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not allowed**.*

### **SECTION A**

*This section comprises multiple choice questions (MCQs) of **1** mark each.*

1. If  $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ , then the value of  $x$ , for which  $A$  is an identity matrix, is
- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| (A) $\frac{\pi}{2}$ | (B) $\pi$            |
| (C) 0               | (D) $\frac{3\pi}{2}$ |

~~~~~

2. यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ a & 0 & 3 \\ b & -3 & 0 \end{bmatrix}$  एक विषम-सममित आव्यूह है, तो 'a' तथा 'b' के मान हैं :
- (A)  $a = 5, b = 3$       (B)  $a = 5, b = -7$   
 (C)  $a = -5, b = -7$       (D)  $a = -5, b = 7$
3. यदि  $\begin{vmatrix} x+2 & x-4 \\ x-2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$  है, तो x का मान है :
- (A) 1      (B) 2  
 (C) -2      (D) -1
4. यदि  $\begin{bmatrix} 8 & 14 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X$  है, तो आव्यूह X है :
- (A)  $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$
5. k का वह मान जिसके लिए  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} \cos x + \sin x}{3x + \frac{\pi}{2}}, & x \neq -\frac{\pi}{3} \\ k, & x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$

$x = -\frac{\pi}{3}$  पर संतत है, है :

- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $-\frac{2}{3}$   
 (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 6



2. If the matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ a & 0 & 3 \\ b & -3 & 0 \end{bmatrix}$  is a skew-symmetric matrix, then the values of 'a' and 'b' are :
- (A)  $a = 5, b = 3$                                   (B)  $a = 5, b = -7$   
(C)  $a = -5, b = -7$                                   (D)  $a = -5, b = 7$
3. If  $\begin{vmatrix} x+2 & x-4 \\ x-2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ , then the value of  $x$  is :
- (A) 1                                                      (B) 2  
(C) -2                                                    (D) -1
4. If  $\begin{bmatrix} 8 & 14 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X$ , then matrix  $X$  is :
- (A)  $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$                                                       (B)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$   
(C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$                                                       (D)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$
5. The value of  $k$ , for which  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} \cos x + \sin x}{3x + \frac{\pi}{2}}, & x \neq -\frac{\pi}{3} \\ k, & x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$  is continuous at  $x = -\frac{\pi}{3}$ , is :
- (A)  $\frac{2}{3}$                                                       (B)  $-\frac{2}{3}$   
(C)  $\frac{3}{2}$                                                       (D) 6



6. माना  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  ऐसे सदिश हैं कि  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$  तथा  $|\vec{b}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$  है, तो  $\vec{a} \times \vec{b}$  के मात्रक सदिश होने के लिए,  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच का कोण है :
- (A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$   
(C)  $\frac{\pi}{6}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$
7. यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$  हैं, तो  $(\vec{c} - \vec{b})$  का  $\vec{a}$  की दिशा में प्रक्षेप है :
- (A) 15 (B) 5  
(C)  $\frac{2}{3}$  (D) 1
8. रेखाओं  $\frac{x+1}{2} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z}{4}$  तथा  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{3}$  के बीच का कोण है :
- (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$   
(C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$
9. एक सरल रेखा के कार्तीय समीकरण निम्न रूप में प्रदत्त हैं :
- $$6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$$
- इस रेखा के दिक्-अनुपात हैं :
- (A) 2, -1, 3 (B) 1, -2, -3  
(C) 1, 2, 3 (D) 3, 1, 2
10. असमिका  $2x + 3y < 6$  का हल समुच्चय है :
- (A) खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु सम्मिलित नहीं है  
(B) रेखा  $2x + 3y = 6$  पर स्थित बिंदुओं को छोड़कर शेष पूर्ण xy-तल  
(C) खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु भी सम्मिलित है  
(D) अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु तथा रेखा  $2x + 3y = 6$  पर स्थित बिंदु हैं



6. Let the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  be such that  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$  and  $|\vec{b}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$ , then  $\vec{a} \times \vec{b}$  is a unit vector, if the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is :
- (A)  $\frac{\pi}{3}$       (B)  $\frac{\pi}{4}$   
(C)  $\frac{\pi}{6}$       (D)  $\frac{\pi}{2}$
7. If  $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ , then the projection of  $(\vec{c} - \vec{b})$  along  $\vec{a}$  is :
- (A) 15      (B) 5  
(C)  $\frac{2}{3}$       (D) 1
8. The angle between the lines  
$$\frac{x+1}{2} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z}{4}$$
 and 
$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{3}$$
 is :
- (A)  $\frac{\pi}{4}$       (B)  $\frac{\pi}{2}$   
(C)  $\frac{\pi}{3}$       (D)  $\frac{\pi}{6}$
9. The Cartesian equations of a line are given as  
$$6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$$
  
The direction ratios of the line are :  
(A) 2, -1, 3      (B) 1, -2, -3  
(C) 1, 2, 3      (D) 3, 1, 2
10. The solution set of the inequation  $2x + 3y < 6$  is :  
(A) open half-plane not containing origin  
(B) whole xy-plane except the points lying on the line  $2x + 3y = 6$   
(C) open half-plane containing origin  
(D) half-plane containing the origin and the points lying on the line  $2x + 3y = 6$



- 11.** व्यवरोधों  $x \geq 0, y \geq 0$  तथा  $4x + 3y \leq 12$  के अंतर्गत उद्देश्य फलन  $z = 3x + 5y$  का अधिकतम मान है :
- (A) 15                                                 (B) 29  
 (C) 9                                                         (D) 20
- 12.** यदि बिंदु  $A(3, -2), B(k, 2)$  तथा  $C(8, 8)$  संरेख हैं, तो  $k$  का मान है :
- (A) 2                                                         (B) -3  
 (C) 5                                                             (D) -4
- 13.** यदि  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  ऐसे मात्रक सदिश हैं कि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  है, तो  $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$  का मान है :
- (A)  $\frac{3}{2}$                                                          (B)  $\frac{1}{2}$   
 (C)  $-\frac{1}{2}$                                                          (D)  $-\frac{3}{2}$
- 14.**  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$  बराबर है :
- (A)  $\cot x + \tan x + c$                                      (B)  $-\cot x + \tan x + c$   
 (C)  $\cot x - \tan x + c$                                          (D)  $-\cot x - \tan x + c$
- 15.** अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = 1 - x + y - xy$  का हल है :
- (A)  $\log |1 + y| = x - \frac{x^2}{2} + c$                                      (B)  $\log |1 + y| = -x + \frac{x^2}{2} + c$   
 (C)  $e^y = x - \frac{x^2}{2} + c$                                                      (D)  $e^{(1+y)} = -x + \frac{x^2}{2} + c$



11. The maximum value of the objective function  $z = 3x + 5y$  subject to the constraints  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  and  $4x + 3y \leq 12$  is :
- (A) 15      (B) 29  
(C) 9      (D) 20
12. If the points  $A(3, -2)$ ,  $B(k, 2)$  and  $C(8, 8)$  are collinear, then the value of  $k$  is :
- (A) 2      (B) -3  
(C) 5      (D) -4
13. If  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are unit vectors such that  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ , then  $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$  is equal to :
- (A)  $\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{1}{2}$   
(C)  $-\frac{1}{2}$       (D)  $-\frac{3}{2}$
14.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$  is equal to :
- (A)  $\cot x + \tan x + c$       (B)  $-\cot x + \tan x + c$   
(C)  $\cot x - \tan x + c$       (D)  $-\cot x - \tan x + c$
15. The solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = 1 - x + y - xy$  is :
- (A)  $\log |1+y| = x - \frac{x^2}{2} + c$       (B)  $\log |1+y| = -x + \frac{x^2}{2} + c$   
(C)  $e^y = x - \frac{x^2}{2} + c$       (D)  $e^{(1+y)} = -x + \frac{x^2}{2} + c$



**16.** अवकल समीकरण  $x \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + y \left( \frac{dy}{dx} \right)^4 + y^5 = 0$  की घात है :

- |       |       |
|-------|-------|
| (A) 2 | (B) 3 |
| (C) 4 | (D) 5 |

**17.** अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = 2x + x^2 \tan x$  का समाकलन गुणक है :

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| (A) $e^{\sec x}$ | (B) $\sec x + \tan x$ |
| (C) $\sec x$     | (D) $\cos x$          |

**18.** A, B तथा C की किसी समस्या को हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$  तथा

$\frac{1}{6}$  हैं। समस्या हल हो जाने की प्रायिकता है :

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| (A) $\frac{4}{9}$  | (B) $\frac{5}{9}$ |
| (C) $\frac{1}{90}$ | (d) $\frac{1}{3}$ |

प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

- (A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।
- (D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।



16. The degree of the differential equation

$$x \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + y \left( \frac{dy}{dx} \right)^4 + y^5 = 0 \text{ is :}$$

- (A) 2                                 (B) 3  
(C) 4                                 (D) 5
17. The integrating factor of the differential equation  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = 2x + x^2 \tan x$  is :
- (A)  $e^{\sec x}$                                  (B)  $\sec x + \tan x$   
(C)  $\sec x$                                          (D)  $\cos x$
18. The probabilities of A, B and C solving a problem are  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$  and  $\frac{1}{6}$  respectively. The probability that the problem is solved, is :
- (A)  $\frac{4}{9}$                                              (B)  $\frac{5}{9}$   
(C)  $\frac{1}{90}$                                              (D)  $\frac{1}{3}$

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

~~~~

19. अभिकथन (A) :  $\sec^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6}$

तर्क (R) :  $\cos \left( \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. अभिकथन (A) : यदि एक वर्ग की भुजा  $0.2 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है, तो इसके परिमाप के बढ़ने की दर  $0.8 \text{ cm/s}$  है।

तर्क (R) : वर्ग का परिमाप = 4 (भुजा)।

### खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. (क)  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) फलन  $y = \cos^{-1}(x^2 - 4)$  का प्रांत ज्ञात कीजिए।

22. (क)  $\cot^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

अथवा

(ख) यदि  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

23. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$

(क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर हासमान है।



19. Assertion (A) :  $\sec^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6}$

Reason (R) :  $\cos \left( \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. Assertion (A) : If the side of a square is increasing at the rate of 0.2 cm/s, then the rate of increase of its perimeter is 0.8 cm/s.

Reason (R) : Perimeter of a square = 4 (side).

## SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the value of  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ .

**OR**

- (b) Find the domain of the function  $y = \cos^{-1}(x^2 - 4)$ .

22. (a) Differentiate  $\cot^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$  w.r.t. x.

**OR**

- (b) If  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

23. Find the intervals on which the function  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$  is  
(a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

~~~~~

24. दर्शाइए कि एक दिए गए वृत्त के अंतर्गत खींचे गए सभी आयतों में, वर्ग का क्षेत्रफल अधिकतम होता है।

25. ज्ञात कीजिए :

$$\int \operatorname{cosec}^3(3x+1) \cot(3x+1) dx$$

### खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

26. यदि  $x = a \cos \theta$  तथा  $y = b \sin \theta$  है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^4}{a^2 y^3}.$$

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} dx$$

28. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-6}^{6} |x + 2| dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \left( \frac{4-x}{x^5} \right) e^x dx$$



**24.** Show that of all rectangles inscribed in a given circle, the square has the maximum area.

**25.** Find :

$$\int \operatorname{cosec}^3(3x+1) \cot(3x+1) dx$$

## SECTION C

*This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.*

**26.** If  $x = a \cos \theta$  and  $y = b \sin \theta$ , then prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^4}{a^2 y^3}$ .

**27.** Find :

$$\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} dx$$

**28. (a)** Evaluate :

$$\int_{-6}^{6} |x+2| dx$$

**OR**

**(b)** Find :

$$\int \left( \frac{4-x}{x^5} \right) e^x dx$$



29. (क) अवकल समीकरण  $2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि  $y(1) = 0$ .

**अथवा**

- (ख) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$  को हल कीजिए, दिया गया है कि  $y = 0$  है, जब  $x = \frac{\pi}{3}$  है।

30. रैखिक व्यवरोधों के निकाय द्वारा निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु A(0, 40), B(20, 40), C(60, 20) तथा D(60, 0) द्वारा प्रदत्त हैं। L.P.P. का उद्देश्य फलन  $z = 4x + 3y$  है। सुसंगत क्षेत्र के वे बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ उद्देश्य फलन का मान अधिकतम व न्यूनतम है। अतः यह अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

31. (क) ताश की 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्ढी में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला गया। घटनाएँ A तथा B निम्न प्रकार से परिभाषित हैं :

A : एक ईंट का पत्ता प्राप्त करना

B : एक बेगम वाला पत्ता प्राप्त करना

ज्ञात कीजिए कि क्या A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं या नहीं।

**अथवा**

- (ख) पासों के एक युग्म को 3 बार उछालने पर ट्रिकों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।



29. (a) Find the particular solution of the differential equation  $2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$ , given that  $y(1) = 0$ .

**OR**

- (b) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ ,  
given that  $y = 0$ , when  $x = \frac{\pi}{3}$ .

30. The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints are A(0, 40), B(20, 40), C(60, 20) and D(60, 0). The objective function of the L.P.P. is  $z = 4x + 3y$ . Find the point of the feasible region at which the value of objective function is maximum and the point at which the value is minimum. Hence, find the maximum and the minimum values.

31. (a) A card is randomly drawn from a well-shuffled pack of 52 playing cards. Events A and B are defined as under :

A : Getting a card of diamond

B : Getting a queen

Determine whether the events A and B are independent or not.

**OR**

- (b) Find the probability distribution of the number of doublets in three throws of a pair of dice.

~~~~~

### खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

- 32.** (क) माना  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 12\}$  है। दर्शाइए कि संबंध  $R = \{(a, b) : a, b \in A, (a - b), 4 \text{ से भाज्य है}\}$  एक तुल्यता संबंध है। 2 से संबंधित अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (ख) माना  $A = \mathbb{R} - \{4\}$  तथा  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  है तथा फलन  $f : A \rightarrow B$ , इस प्रकार परिभाषित है कि सभी  $x \in A$  के लिए  $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$  है। दर्शाइए कि  $f$  एकैकी तथा आच्छादक है।

- 33.** आव्यूहों के प्रयोग से, निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :
- $$3x + 4y + 2z = 8; \quad 2y - 3z = 3; \quad x - 2y + 6z = -2$$

- 34.** समाकलन के प्रयोग से  $y = x^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  तथा  $x$ -अक्ष के बीच धिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 35.** (क) रेखाओं  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  तथा  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  के सदिश समीकरण लिखिए। अतः इनके बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (ख) बिंदु  $P(5, 9, 3)$  से रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  पर खींचे गए लंब की लम्बाई तथा पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। बिंदु  $P$  के दी गई रेखा में प्रतिबिम्ब के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।



## SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Let  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 12\}$ . Show that the relation  $R = \{(a, b) : a, b \in A, (a - b) \text{ is divisible by } 4\}$  is an equivalence relation. Find the set of elements related to 2.

**OR**

- (b) Let  $A = \mathbb{R} - \{4\}$  and  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  and let function  $f : A \rightarrow B$  be defined as  $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$  for  $\forall x \in A$ . Show that  $f$  is one-one and onto.

33. Using matrices, solve the following system of linear equations :

$$3x + 4y + 2z = 8 ; \quad 2y - 3z = 3 ; \quad x - 2y + 6z = -2$$

34. Using integration, find the area of the region bounded by the curve  $y = x^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  and the x-axis.

35. (a) Write the vector equations of the following lines and hence find the shortest distance between them :

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

**OR**

- (b) Find the length and the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $P(5, 9, 3)$  to the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ . Also, find the coordinates of the image of the point P in the given line.

## खण्ड ड.

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

### प्रकरण अध्ययन – 1

36. सूर्य के प्रकाश के संपर्क का पौधे की ऊँचाई ( $y$ , सेमी में) के साथ संबंध  $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$  द्वारा नियंत्रित है, जहाँ  $x$  प्रकाश के संपर्क में आने वाले दिनों की संख्या है।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) पौधे की सूर्य के प्रकाश के सापेक्ष वृद्धि दर ज्ञात कीजिए। 1

(ii) पौधे को अधिकतम ऊँचाई तक की वृद्धि में कितने दिन लगेंगे ? 2

(iii) पौधे की अधिकतम ऊँचाई क्या है ? 1



## SECTION E

*This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.*

### Case Study – 1

36. The relation between the height of the plant (y in cm) with respect to exposure to sunlight is governed by the relation  $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$ , where x is the number of days it is exposed to sunlight.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Find the rate of growth of the plant with respect to sunlight. 1
- (ii) What is the number of days it will take for the plant to grow to the maximum height ? 2
- (iii) What is the maximum height of the plant ? 1



## प्रकरण अध्ययन – 2

- 37.** दो क्लबों P तथा Q में एक क्रिकेट मैच रखा गया जिसमें प्रत्येक क्लब से एक-एक टीम चुनी गई। क्लब P और क्लब Q के बचे हुए खिलाड़ी क्रमशः AB तथा CD रेखाओं में बिठाए गए जहाँ बिंदु A, B, C तथा D इस प्रकार हैं :  
 $A(3, 4, 0)$ ,  $B(5, 3, 3)$ ,  $C(6, -4, 1)$  तथा  $D(13, -5, -4)$ ।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) सदिश  $\vec{AB}$  के दिक्-अनुपात लिखिए। 1
- (ii)  $\vec{CD}$  की दिशा में एक मात्रक सदिश लिखिए। 1
- (iii) (क) सदिशों  $\vec{AB}$  तथा  $\vec{CD}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

### अथवा

- (iii) (ख)  $\vec{AB}$  तथा  $\vec{CD}$  दोनों के लंबवत् एक सदिश लिखिए। 2

## प्रकरण अध्ययन – 3

- 38.** एक कोच 3 खिलाड़ियों को प्रशिक्षण दे रहा है। उसने यह पाया कि खिलाड़ी A किसी लक्ष्य को 5 शॉट में 4 बार भेद कर सकता है, खिलाड़ी B, 4 शॉट में 3 बार भेद कर सकता है और खिलाड़ी C, 3 शॉट में 2 बार भेद कर सकता है।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) तीनों खिलाड़ियों के लक्ष्य को न भेद पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
- (ii) तीनों के एक साथ लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) तीनों में से केवल एक के लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

### अथवा

- (iii) (ख) तीनों में से ठीक दो के लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2



## Case Study – 2

37. A cricket match is organised between two clubs P and Q for which a team from each club is chosen. Remaining players of club P and club Q are respectively sitting along the lines AB and CD, where the points are A(3, 4, 0), B(5, 3, 3), C(6, -4, 1) and D(13, -5, -4).

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Write the direction ratios of vector  $\vec{AB}$ . 1
- (ii) Write a unit vector in the direction of  $\vec{CD}$ . 1
- (iii) (a) Find the angle between vectors  $\vec{AB}$  and  $\vec{CD}$ . 2

**OR**

- (iii) (b) Write a vector perpendicular to both  $\vec{AB}$  and  $\vec{CD}$ . 2

## Case Study – 3

38. A coach is training 3 players. He observes that player A can hit a target 4 times in 5 shots, player B can hit 3 times in 4 shots and player C can hit 2 times in 3 shots.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Find the probability that all three players miss the target. 1
- (ii) Find the probability that all of them hit the target. 1
- (iii) (a) Find the probability that only one of them hits the target. 2

**OR**

- (iii) (b) Find the probability that exactly two of them hit the target. 2



प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65(B)**

अनुक्रमांक

Roll No.



परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

**MATHEMATICS**

**(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)**

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

## खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$  है, तो  $x$  का वह मान, जिसके लिए  $A$  एक तत्समक आव्यूह है, है :
- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| (A) $\frac{\pi}{2}$ | (B) $\pi$            |
| (C) 0               | (D) $\frac{3\pi}{2}$ |



### **General Instructions :**

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

- (i) *This question paper contains **38** questions. All questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five Sections – A, B, C, D and E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not allowed**.*

### **SECTION A**

*This section comprises multiple choice questions (MCQs) of **1** mark each.*

1. If  $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ , then the value of  $x$ , for which  $A$  is an identity matrix, is
- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| (A) $\frac{\pi}{2}$ | (B) $\pi$            |
| (C) 0               | (D) $\frac{3\pi}{2}$ |

~~~~~

2. यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ a & 0 & 3 \\ b & -3 & 0 \end{bmatrix}$  एक विषम-सममित आव्यूह है, तो 'a' तथा 'b' के मान हैं :
- (A)  $a = 5, b = 3$       (B)  $a = 5, b = -7$   
 (C)  $a = -5, b = -7$       (D)  $a = -5, b = 7$
3. यदि  $\begin{vmatrix} x+2 & x-4 \\ x-2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$  है, तो x का मान है :
- (A) 1      (B) 2  
 (C) -2      (D) -1
4. यदि  $\begin{bmatrix} 8 & 14 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X$  है, तो आव्यूह X है :
- (A)  $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$
5. k का वह मान जिसके लिए  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} \cos x + \sin x}{3x + \frac{\pi}{2}}, & x \neq -\frac{\pi}{3} \\ k, & x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$

$x = -\frac{\pi}{3}$  पर संतत है, है :

- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $-\frac{2}{3}$   
 (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 6

~~~~~

2. If the matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ a & 0 & 3 \\ b & -3 & 0 \end{bmatrix}$  is a skew-symmetric matrix,

then the values of 'a' and 'b' are :

- (A)  $a = 5, b = 3$       (B)  $a = 5, b = -7$   
 (C)  $a = -5, b = -7$       (D)  $a = -5, b = 7$

3. If  $\begin{vmatrix} x+2 & x-4 \\ x-2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ , then the value of  $x$  is :

- (A) 1      (B) 2  
 (C) -2      (D) -1

4. If  $\begin{bmatrix} 8 & 14 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X$ , then matrix  $X$  is :

- (A)  $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

5. The value of  $k$ , for which  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} \cos x + \sin x}{3x + \frac{\pi}{2}}, & x \neq -\frac{\pi}{3} \\ k, & x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$

is continuous at  $x = -\frac{\pi}{3}$ , is :

- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $-\frac{2}{3}$   
 (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 6



6. माना  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  ऐसे सदिश हैं कि  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$  तथा  $|\vec{b}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$  है, तो  $\vec{a} \times \vec{b}$  के मात्रक सदिश होने के लिए,  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच का कोण है :
- (A)  $\frac{\pi}{3}$     (B)  $\frac{\pi}{4}$   
(C)  $\frac{\pi}{6}$     (D)  $\frac{\pi}{2}$
7. यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$  हैं, तो  $(\vec{c} - \vec{b})$  का  $\vec{a}$  की दिशा में प्रक्षेप है :
- (A) 15    (B) 5  
(C)  $\frac{2}{3}$     (D) 1
8. रेखाओं  $\frac{x+1}{2} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z}{4}$  तथा  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{3}$  के बीच का कोण है :
- (A)  $\frac{\pi}{4}$     (B)  $\frac{\pi}{2}$   
(C)  $\frac{\pi}{3}$     (D)  $\frac{\pi}{6}$
9. एक सरल रेखा के कार्तीय समीकरण निम्न रूप में प्रदत्त हैं :
- $$6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$$
- इस रेखा के दिक्-अनुपात हैं :
- (A) 2, -1, 3                                        (B) 1, -2, -3  
(C) 1, 2, 3    (D) 3, 1, 2
10. असमिका  $2x + 3y < 6$  का हल समुच्चय है :
- (A) खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु सम्मिलित नहीं है  
(B) रेखा  $2x + 3y = 6$  पर स्थित बिंदुओं को छोड़कर शेष पूर्ण xy-तल  
(C) खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु भी सम्मिलित है  
(D) अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु तथा रेखा  $2x + 3y = 6$  पर स्थित बिंदु हैं



6. Let the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  be such that  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$  and  $|\vec{b}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$ , then  $\vec{a} \times \vec{b}$  is a unit vector, if the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is :
- (A)  $\frac{\pi}{3}$       (B)  $\frac{\pi}{4}$   
(C)  $\frac{\pi}{6}$       (D)  $\frac{\pi}{2}$
7. If  $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ , then the projection of  $(\vec{c} - \vec{b})$  along  $\vec{a}$  is :
- (A) 15      (B) 5  
(C)  $\frac{2}{3}$       (D) 1
8. The angle between the lines  
$$\frac{x+1}{2} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z}{4}$$
 and 
$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{3}$$
 is :
- (A)  $\frac{\pi}{4}$       (B)  $\frac{\pi}{2}$   
(C)  $\frac{\pi}{3}$       (D)  $\frac{\pi}{6}$
9. The Cartesian equations of a line are given as  
$$6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$$
  
The direction ratios of the line are :  
(A) 2, -1, 3      (B) 1, -2, -3  
(C) 1, 2, 3      (D) 3, 1, 2
10. The solution set of the inequation  $2x + 3y < 6$  is :  
(A) open half-plane not containing origin  
(B) whole xy-plane except the points lying on the line  $2x + 3y = 6$   
(C) open half-plane containing origin  
(D) half-plane containing the origin and the points lying on the line  $2x + 3y = 6$



11. व्यवरोधों  $x \geq 0, y \geq 0$  तथा  $4x + 3y \leq 12$  के अंतर्गत उद्देश्य फलन  $z = 3x + 5y$  का अधिकतम मान है :
- (A) 15 (B) 29  
(C) 9 (D) 20
12. यदि बिंदु  $A(3, -2), B(k, 2)$  तथा  $C(8, 8)$  संरेख हैं, तो  $k$  का मान है :
- (A) 2 (B) -3  
(C) 5 (D) -4
13. यदि  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  ऐसे मात्रक सदिश हैं कि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  है, तो  $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$  का मान है :
- (A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$   
(C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{3}{2}$
14.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$  बराबर है :
- (A)  $\cot x + \tan x + c$  (B)  $-\cot x + \tan x + c$   
(C)  $\cot x - \tan x + c$  (D)  $-\cot x - \tan x + c$
15. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = 1 - x + y - xy$  का हल है :
- (A)  $\log |1+y| = x - \frac{x^2}{2} + c$  (B)  $\log |1+y| = -x + \frac{x^2}{2} + c$   
(C)  $e^y = x - \frac{x^2}{2} + c$  (D)  $e^{(1+y)} = -x + \frac{x^2}{2} + c$

~~~~~

11. The maximum value of the objective function  $z = 3x + 5y$  subject to the constraints  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  and  $4x + 3y \leq 12$  is :
- (A) 15                          (B) 29  
(C) 9                            (D) 20
12. If the points  $A(3, - 2)$ ,  $B(k, 2)$  and  $C(8, 8)$  are collinear, then the value of  $k$  is :
- (A) 2                            (B) - 3  
(C) 5                            (D) - 4
13. If  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are unit vectors such that  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ , then  $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$  is equal to :
- (A)  $\frac{3}{2}$                             (B)  $\frac{1}{2}$   
(C)  $-\frac{1}{2}$                             (D)  $-\frac{3}{2}$
14.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$  is equal to :
- (A)  $\cot x + \tan x + c$                           (B)  $-\cot x + \tan x + c$   
(C)  $\cot x - \tan x + c$                             (D)  $-\cot x - \tan x + c$
15. The solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = 1 - x + y - xy$  is :
- (A)  $\log |1 + y| = x - \frac{x^2}{2} + c$                           (B)  $\log |1 + y| = -x + \frac{x^2}{2} + c$   
(C)  $e^y = x - \frac{x^2}{2} + c$                                     (D)  $e^{(1+y)} = -x + \frac{x^2}{2} + c$



**16.** अवकल समीकरण  $x \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + y \left( \frac{dy}{dx} \right)^4 + y^5 = 0$  की घात है :

- |       |       |
|-------|-------|
| (A) 2 | (B) 3 |
| (C) 4 | (D) 5 |

**17.** अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = 2x + x^2 \tan x$  का समाकलन गुणक है :

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| (A) $e^{\sec x}$ | (B) $\sec x + \tan x$ |
| (C) $\sec x$     | (D) $\cos x$          |

**18.** A, B तथा C की किसी समस्या को हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$  तथा

$\frac{1}{6}$  हैं। समस्या हल हो जाने की प्रायिकता है :

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| (A) $\frac{4}{9}$  | (B) $\frac{5}{9}$ |
| (C) $\frac{1}{90}$ | (d) $\frac{1}{3}$ |

प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

- (A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।
- (D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।



16. The degree of the differential equation

$$x \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + y \left( \frac{dy}{dx} \right)^4 + y^5 = 0 \text{ is :}$$

- |       |       |
|-------|-------|
| (A) 2 | (B) 3 |
| (C) 4 | (D) 5 |
17. The integrating factor of the differential equation  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = 2x + x^2 \tan x$  is :
- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| (A) $e^{\sec x}$ | (B) $\sec x + \tan x$ |
| (C) $\sec x$     | (D) $\cos x$          |
18. The probabilities of A, B and C solving a problem are  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$  and  $\frac{1}{6}$  respectively. The probability that the problem is solved, is :
- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| (A) $\frac{4}{9}$  | (B) $\frac{5}{9}$ |
| (C) $\frac{1}{90}$ | (D) $\frac{1}{3}$ |

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

~~~~~

19. अभिकथन (A) :  $\sec^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6}$

तर्क (R) :  $\cos \left( \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. अभिकथन (A) : यदि एक वर्ग की भुजा  $0.2 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है, तो इसके परिमाप के बढ़ने की दर  $0.8 \text{ cm/s}$  है।

तर्क (R) : वर्ग का परिमाप = 4 (भुजा)।

### खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. (क)  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) फलन  $y = \cos^{-1}(x^2 - 4)$  का प्रांत ज्ञात कीजिए।

22. (क)  $\cot^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

अथवा

(ख) यदि  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

23. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$

(क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर हासमान है।



19. Assertion (A) :  $\sec^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6}$

Reason (R) :  $\cos \left( \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. Assertion (A) : If the side of a square is increasing at the rate of 0.2 cm/s, then the rate of increase of its perimeter is 0.8 cm/s.

Reason (R) : Perimeter of a square = 4 (side).

## SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the value of  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ .

**OR**

- (b) Find the domain of the function  $y = \cos^{-1}(x^2 - 4)$ .

22. (a) Differentiate  $\cot^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$  w.r.t. x.

**OR**

- (b) If  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

23. Find the intervals on which the function  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$  is  
(a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

~~~~

24. दर्शाइए कि एक दिए गए वृत्त के अंतर्गत खींचे गए सभी आयतों में, वर्ग का क्षेत्रफल अधिकतम होता है।

25. ज्ञात कीजिए :

$$\int \operatorname{cosec}^3(3x+1) \cot(3x+1) dx$$

### खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

26. यदि  $x = a \cos \theta$  तथा  $y = b \sin \theta$  है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^4}{a^2 y^3}.$$

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} dx$$

28. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-6}^{6} |x + 2| dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \left( \frac{4-x}{x^5} \right) e^x dx$$



**24.** Show that of all rectangles inscribed in a given circle, the square has the maximum area.

**25.** Find :

$$\int \operatorname{cosec}^3(3x+1) \cot(3x+1) dx$$

## SECTION C

*This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.*

**26.** If  $x = a \cos \theta$  and  $y = b \sin \theta$ , then prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^4}{a^2 y^3}$ .

**27.** Find :

$$\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} dx$$

**28. (a)** Evaluate :

$$\int_{-6}^{6} |x + 2| dx$$

**OR**

**(b)** Find :

$$\int \left( \frac{4-x}{x^5} \right) e^x dx$$



29. (क) अवकल समीकरण  $2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि  $y(1) = 0$ .

**अथवा**

- (ख) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$  को हल कीजिए, दिया गया है कि  $y = 0$  है, जब  $x = \frac{\pi}{3}$  है।

30. रैखिक व्यवरोधों के निकाय द्वारा निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु A(0, 40), B(20, 40), C(60, 20) तथा D(60, 0) द्वारा प्रदत्त हैं। L.P.P. का उद्देश्य फलन  $z = 4x + 3y$  है। सुसंगत क्षेत्र के वे बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ उद्देश्य फलन का मान अधिकतम व न्यूनतम है। अतः यह अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

31. (क) ताश की 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्ढी में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला गया। घटनाएँ A तथा B निम्न प्रकार से परिभाषित हैं :

A : एक ईंट का पत्ता प्राप्त करना

B : एक बेगम वाला पत्ता प्राप्त करना

ज्ञात कीजिए कि क्या A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं या नहीं।

**अथवा**

- (ख) पासों के एक युग्म को 3 बार उछालने पर ट्रिकों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।



29. (a) Find the particular solution of the differential equation  $2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$ , given that  $y(1) = 0$ .

**OR**

- (b) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ ,  
given that  $y = 0$ , when  $x = \frac{\pi}{3}$ .

30. The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints are A(0, 40), B(20, 40), C(60, 20) and D(60, 0). The objective function of the L.P.P. is  $z = 4x + 3y$ . Find the point of the feasible region at which the value of objective function is maximum and the point at which the value is minimum. Hence, find the maximum and the minimum values.

31. (a) A card is randomly drawn from a well-shuffled pack of 52 playing cards. Events A and B are defined as under :

A : Getting a card of diamond

B : Getting a queen

Determine whether the events A and B are independent or not.

**OR**

- (b) Find the probability distribution of the number of doublets in three throws of a pair of dice.

~~~~~

### खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

- 32.** (क) माना  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 12\}$  है। दर्शाइए कि संबंध  $R = \{(a, b) : a, b \in A, (a - b), 4 \text{ से भाज्य है}\}$  एक तुल्यता संबंध है। 2 से संबंधित अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (ख) माना  $A = \mathbb{R} - \{4\}$  तथा  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  है तथा फलन  $f : A \rightarrow B$ , इस प्रकार परिभाषित है कि सभी  $x \in A$  के लिए  $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$  है। दर्शाइए कि  $f$  एकैकी तथा आच्छादक है।

- 33.** आव्यूहों के प्रयोग से, निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :
- $$3x + 4y + 2z = 8; \quad 2y - 3z = 3; \quad x - 2y + 6z = -2$$

- 34.** समाकलन के प्रयोग से  $y = x^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  तथा  $x$ -अक्ष के बीच धिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 35.** (क) रेखाओं  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  तथा  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  के सदिश समीकरण लिखिए। अतः इनके बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

- (ख) बिंदु  $P(5, 9, 3)$  से रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  पर खींचे गए लंब की लम्बाई तथा पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। बिंदु  $P$  के दी गई रेखा में प्रतिबिम्ब के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।



## SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Let  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 12\}$ . Show that the relation  $R = \{(a, b) : a, b \in A, (a - b) \text{ is divisible by } 4\}$  is an equivalence relation. Find the set of elements related to 2.

**OR**

- (b) Let  $A = \mathbb{R} - \{4\}$  and  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  and let function  $f : A \rightarrow B$  be defined as  $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$  for  $\forall x \in A$ . Show that  $f$  is one-one and onto.

33. Using matrices, solve the following system of linear equations :

$$3x + 4y + 2z = 8 ; \quad 2y - 3z = 3 ; \quad x - 2y + 6z = -2$$

34. Using integration, find the area of the region bounded by the curve  $y = x^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  and the x-axis.

35. (a) Write the vector equations of the following lines and hence find the shortest distance between them :

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

**OR**

- (b) Find the length and the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $P(5, 9, 3)$  to the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ . Also, find the coordinates of the image of the point P in the given line.

## खण्ड ड.

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

### प्रकरण अध्ययन – 1

36. सूर्य के प्रकाश के संपर्क का पौधे की ऊँचाई ( $y$ , सेमी में) के साथ संबंध  $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$  द्वारा नियंत्रित है, जहाँ  $x$  प्रकाश के संपर्क में आने वाले दिनों की संख्या है।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) पौधे की सूर्य के प्रकाश के सापेक्ष वृद्धि दर ज्ञात कीजिए। 1

(ii) पौधे को अधिकतम ऊँचाई तक की वृद्धि में कितने दिन लगेंगे ? 2

(iii) पौधे की अधिकतम ऊँचाई क्या है ? 1



## SECTION E

*This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.*

### Case Study – 1

36. The relation between the height of the plant (y in cm) with respect to exposure to sunlight is governed by the relation  $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$ , where x is the number of days it is exposed to sunlight.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Find the rate of growth of the plant with respect to sunlight. 1
- (ii) What is the number of days it will take for the plant to grow to the maximum height ? 2
- (iii) What is the maximum height of the plant ? 1



## प्रकरण अध्ययन – 2

- 37.** दो क्लबों P तथा Q में एक क्रिकेट मैच रखा गया जिसमें प्रत्येक क्लब से एक-एक टीम चुनी गई। क्लब P और क्लब Q के बचे हुए खिलाड़ी क्रमशः AB तथा CD रेखाओं में बिठाए गए जहाँ बिंदु A, B, C तथा D इस प्रकार हैं :  
 $A(3, 4, 0)$ ,  $B(5, 3, 3)$ ,  $C(6, -4, 1)$  तथा  $D(13, -5, -4)$ ।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) सदिश  $\vec{AB}$  के दिक्-अनुपात लिखिए। 1
- (ii)  $\vec{CD}$  की दिशा में एक मात्रक सदिश लिखिए। 1
- (iii) (क) सदिशों  $\vec{AB}$  तथा  $\vec{CD}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

### अथवा

- (iii) (ख)  $\vec{AB}$  तथा  $\vec{CD}$  दोनों के लंबवत् एक सदिश लिखिए। 2

## प्रकरण अध्ययन – 3

- 38.** एक कोच 3 खिलाड़ियों को प्रशिक्षण दे रहा है। उसने यह पाया कि खिलाड़ी A किसी लक्ष्य को 5 शॉट में 4 बार भेद कर सकता है, खिलाड़ी B, 4 शॉट में 3 बार भेद कर सकता है और खिलाड़ी C, 3 शॉट में 2 बार भेद कर सकता है।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) तीनों खिलाड़ियों के लक्ष्य को न भेद पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
- (ii) तीनों के एक साथ लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) तीनों में से केवल एक के लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

### अथवा

- (iii) (ख) तीनों में से ठीक दो के लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2



## Case Study – 2

37. A cricket match is organised between two clubs P and Q for which a team from each club is chosen. Remaining players of club P and club Q are respectively sitting along the lines AB and CD, where the points are A(3, 4, 0), B(5, 3, 3), C(6, -4, 1) and D(13, -5, -4).

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Write the direction ratios of vector  $\vec{AB}$ . 1
- (ii) Write a unit vector in the direction of  $\vec{CD}$ . 1
- (iii) (a) Find the angle between vectors  $\vec{AB}$  and  $\vec{CD}$ . 2

**OR**

- (iii) (b) Write a vector perpendicular to both  $\vec{AB}$  and  $\vec{CD}$ . 2

## Case Study – 3

38. A coach is training 3 players. He observes that player A can hit a target 4 times in 5 shots, player B can hit 3 times in 4 shots and player C can hit 2 times in 3 shots.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Find the probability that all three players miss the target. 1
- (ii) Find the probability that all of them hit the target. 1
- (iii) (a) Find the probability that only one of them hits the target. 2

**OR**

- (iii) (b) Find the probability that exactly two of them hit the target. 2



# Series PQ1RS/1



**Set – 1**

प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65/1/1**

अनुक्रमांक

Roll No.



परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



## गणित MATHEMATICS



निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है— क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

### खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. एक फलन  $f: R_+ \rightarrow R$  (जहाँ  $R_+$  सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है)  $f(x) = 4x + 3$  द्वारा परिभाषित है, तो यह फलन :

- (A) एकेकी है परन्तु आच्छादक नहीं है
- (B) आच्छादक है परन्तु एकेकी नहीं है
- (C) एकेकी तथा आच्छादक दोनों हैं
- (D) न तो एकेकी और न ही आच्छादक है

2. यदि एक आव्यूह के 36 अवयव हैं, तो इसकी संभव कोटियों की संख्या है :

- |        |       |
|--------|-------|
| (A) 13 | (B) 3 |
| (C) 5  | (D) 9 |



### **General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **38** questions. All questions are **compulsory**.
- (ii) This question paper is divided into **five Sections – A, B, C, D and E**.
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.
- (ix) Use of calculators is **not allowed**.

## **SECTION A**

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. A function  $f : R_+ \rightarrow R$  (where  $R_+$  is the set of all non-negative real numbers) defined by  $f(x) = 4x + 3$  is :
  - (A) one-one but not onto
  - (B) onto but not one-one
  - (C) both one-one and onto
  - (D) neither one-one nor onto
2. If a matrix has 36 elements, the number of possible orders it can have, is :

(A) 13	(B) 3
(C) 5	(D) 9



3. फलन  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  के लिए, निम्न कथनों में से कौन-सा सही है ?

- (A)  $f(x)$  संतत और अवकलनीय है, सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए
- (B)  $f(x)$  संतत है, सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए
- (C)  $f(x)$  संतत और अवकलनीय है, सभी  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$  के लिए
- (D)  $f(x)$  अनंत बिंदुओं पर असंतत है

4. माना  $f(x)$  अन्तराल  $[a, b]$  में एक संतत फलन है और अन्तराल  $(a, b)$  में अवकलनीय है । तो यह फलन  $f(x)$  अन्तराल  $(a, b)$  में निरंतर वर्धमान होगा, यदि :

- (A)  $f'(x) < 0$ , सभी  $x \in (a, b)$  के लिए
- (B)  $f'(x) > 0$ , सभी  $x \in (a, b)$  के लिए
- (C)  $f'(x) = 0$ , सभी  $x \in (a, b)$  के लिए
- (D)  $f'(x) > 0$ , सभी  $x \in (a, b)$  के लिए

5. यदि  $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$  है, तो  $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$  का मान होगा :

- |       |        |
|-------|--------|
| (A) 7 | (B) 6  |
| (C) 8 | (D) 18 |

6.  $\int_a^b f(x) dx$  बराबर है :

- |                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| (A) $\int_a^b f(a-x) dx$     | (B) $\int_a^b f(a+b-x) dx$       |
| (C) $\int_a^b f(x-(a+b)) dx$ | (D) $\int_a^b f((a-x)+(b-x)) dx$ |

7. माना दो मात्रक सदिशों  $\hat{a}$  और  $\hat{b}$  के बीच का कोण  $\theta$  इस प्रकार है कि  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  है । तो

$\hat{a} \cdot \hat{b}$  बराबर है :

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| (A) $\pm \frac{3}{5}$ | (B) $\pm \frac{3}{4}$ |
| (C) $\pm \frac{4}{5}$ | (D) $\pm \frac{4}{3}$ |



3. Which of the following statements is true for the function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

- (A)  $f(x)$  is continuous and differentiable  $\forall x \in \mathbb{R}$   
(B)  $f(x)$  is continuous  $\forall x \in \mathbb{R}$   
(C)  $f(x)$  is continuous and differentiable  $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$   
(D)  $f(x)$  is discontinuous at infinitely many points

4. Let  $f(x)$  be a continuous function on  $[a, b]$  and differentiable on  $(a, b)$ . Then, this function  $f(x)$  is strictly increasing in  $(a, b)$  if

- (A)  $f'(x) < 0, \forall x \in (a, b)$   
(B)  $f'(x) > 0, \forall x \in (a, b)$   
(C)  $f'(x) = 0, \forall x \in (a, b)$   
(D)  $f(x) > 0, \forall x \in (a, b)$

5. If  $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ , then the value of  $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$  is :

- (A) 7 (B) 6  
(C) 8 (D) 18

6.  $\int_a^b f(x) dx$  is equal to :

- (A)  $\int_a^b f(a-x) dx$  (B)  $\int_a^b f(a+b-x) dx$   
(C)  $\int_a^b f(x-(a+b)) dx$  (D)  $\int_a^b f((a-x)+(b-x)) dx$

7. Let  $\theta$  be the angle between two unit vectors  $\hat{a}$  and  $\hat{b}$  such that  $\sin \theta = \frac{3}{5}$ .

Then,  $\hat{a} \cdot \hat{b}$  is equal to :

- (A)  $\pm \frac{3}{5}$  (B)  $\pm \frac{3}{4}$   
(C)  $\pm \frac{4}{5}$  (D)  $\pm \frac{4}{3}$



8. अवकल समीकरण  $(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = ax$ ,  $-1 < x < 1$ , का समाकलन गुणक है :
- (A)  $\frac{1}{x^2 - 1}$       (B)  $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$   
(C)  $\frac{1}{1 - x^2}$       (D)  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
9. यदि किसी एक रेखा के दिक्कोसाइन  $\sqrt{3} k$ ,  $\sqrt{3} k$ ,  $\sqrt{3} k$  हैं, तो  $k$  का मान है :
- (A)  $\pm 1$       (B)  $\pm \sqrt{3}$   
(C)  $\pm 3$       (D)  $\pm \frac{1}{3}$
10. एक रैखिक प्रोग्रामन इष्टतमकारी समस्या संबंधित होती है :
- (A) लघुगणकीय फलन से      (B) रैखिक फलन से  
(C) द्विघातीय फलन से      (D) चरघातांकीय फलन से
11. यदि  $P(A|B) = P(A'|B)$  है, तो निम्न में से कौन-सा कथन सही है ?
- (A)  $P(A) = P(A')$       (B)  $P(A) = 2 P(B)$   
(C)  $P(A \cap B) = \frac{1}{2} P(B)$       (D)  $P(A \cap B) = 2 P(B)$
12.  $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x^2+x+1 & x^2-x+1 \end{vmatrix}$  बराबर है :
- (A)  $2x^3$       (B) 2  
(C) 0      (D)  $2x^3 - 2$
13.  $x$  के सापेक्ष,  $\sin(x^2)$  का अवकलज,  $x = \sqrt{\pi}$  पर है :
- (A) 1      (B) -1  
(C)  $-2\sqrt{\pi}$       (D)  $2\sqrt{\pi}$



8. The integrating factor of the differential equation  $(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = ax$ ,  $-1 < x < 1$ , is :
- (A)  $\frac{1}{x^2 - 1}$       (B)  $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$   
(C)  $\frac{1}{1 - x^2}$       (D)  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
9. If the direction cosines of a line are  $\sqrt{3} k$ ,  $\sqrt{3} k$ ,  $\sqrt{3} k$ , then the value of k is :
- (A)  $\pm 1$       (B)  $\pm \sqrt{3}$   
(C)  $\pm 3$       (D)  $\pm \frac{1}{3}$
10. A linear programming problem deals with the optimization of a/an :
- (A) logarithmic function      (B) linear function  
(C) quadratic function      (D) exponential function
11. If  $P(A|B) = P(A'|B)$ , then which of the following statements is true ?
- (A)  $P(A) = P(A')$       (B)  $P(A) = 2 P(B)$   
(C)  $P(A \cap B) = \frac{1}{2} P(B)$       (D)  $P(A \cap B) = 2 P(B)$
12.  $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x^2+x+1 & x^2-x+1 \end{vmatrix}$  is equal to :
- (A)  $2x^3$       (B)  $2$   
(C)  $0$       (D)  $2x^3 - 2$
13. The derivative of  $\sin(x^2)$  w.r.t. x, at  $x = \sqrt{\pi}$  is :
- (A)  $1$       (B)  $-1$   
(C)  $-2\sqrt{\pi}$       (D)  $2\sqrt{\pi}$



14. अवकल समीकरण  $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$  की कोटि और घात क्रमशः हैं :

- |          |          |
|----------|----------|
| (A) 1, 2 | (B) 2, 3 |
| (C) 2, 1 | (D) 2, 6 |

15. सदिश, जिसका अंतिम बिंदु A (2, -3, 5) तथा प्रारंभिक बिंदु B (3, -4, 7) है, है :

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  | (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  |
| (C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ | (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ |

16. y-अक्ष से बिंदु P(a, b, c) की दूरी है :

- |                        |                 |
|------------------------|-----------------|
| (A) b                  | (B) $b^2$       |
| (C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ | (D) $a^2 + c^2$ |

17. व्यवरोधों  $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$  से निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदुओं की संख्या है :

- |       |       |
|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 |
| (C) 2 | (D) 3 |

18. यदि दो समान कोटि वाले शून्येतर वर्ग आव्यूहों A और B के लिए  $(A + B)^2 = A^2 + B^2$  है, तो :

- |              |                |
|--------------|----------------|
| (A) $AB = O$ | (B) $AB = -BA$ |
| (C) $BA = O$ | (D) $AB = BA$  |

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

- |     |   |
|-----|---|
| (A) | अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।           |
| (B) | अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है। |
| (C) | अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।  |
| (D) | अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।  |



14. The order and degree of the differential equation  $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$

respectively are :

- |          |          |
|----------|----------|
| (A) 1, 2 | (B) 2, 3 |
| (C) 2, 1 | (D) 2, 6 |

15. The vector with terminal point A (2, -3, 5) and initial point B (3, -4, 7) is :

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  | (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  |
| (C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ | (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ |

16. The distance of point P(a, b, c) from y-axis is :

- |                        |                 |
|------------------------|-----------------|
| (A) b                  | (B) $b^2$       |
| (C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ | (D) $a^2 + c^2$ |

17. The number of corner points of the feasible region determined by constraints  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $x + y \geq 4$  is :

- |       |       |
|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 |
| (C) 2 | (D) 3 |

18. If A and B are two non-zero square matrices of same order such that  $(A + B)^2 = A^2 + B^2$ , then :

- |              |                |
|--------------|----------------|
| (A) $AB = O$ | (B) $AB = -BA$ |
| (C) $BA = O$ | (D) $AB = BA$  |

*Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.



**19.** अभिकथन (A) : आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta & 1 \\ -\cos \theta & 1 & \cos \theta \\ -1 & -\cos \theta & 1 \end{bmatrix}$ , जहाँ  $\theta \in [0, 2\pi]$  के लिए,

$$|A| \in [2, 4].$$

तर्क (R) :  $\cos \theta \in [-1, 1], \forall \theta \in [0, 2\pi].$

**20.** अभिकथन (A) : अंतरिक्ष में एक रेखा कभी भी एक साथ x, y और z अक्षों के लंबवत नहीं हो सकती है।

तर्क (R) : किसी रेखा द्वारा x, y और z अक्षों की धनात्मक दिशाओं के साथ क्रमशः  $\alpha, \beta$  और  $\gamma$  के कोण बनाने पर  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$  है।

### खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

**21.** (क) जाँच कीजिए कि क्या फलन  $f(x) = x^2 |x|$ , बिंदु  $x = 0$  पर अवकलनीय है या नहीं।

अथवा

(ख) यदि  $y = \sqrt{\tan \sqrt{x}}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{x} \frac{dy}{dx} = \frac{1+y^4}{4y}$ .

**22.** दर्शाइए कि फलन  $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 27x - 7$  का उच्चतम या निम्नतम मान नहीं है।

**23.** (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int x \sqrt{1+2x} dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$



19. Assertion (A) : For matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta & 1 \\ -\cos \theta & 1 & \cos \theta \\ -1 & -\cos \theta & 1 \end{bmatrix}$ , where  $\theta \in [0, 2\pi]$ ,  
 $|A| \in [2, 4]$ .

Reason (R) :  $\cos \theta \in [-1, 1], \forall \theta \in [0, 2\pi]$ .

20. Assertion (A) : A line in space cannot be drawn perpendicular to x, y and z axes simultaneously.

Reason (R) : For any line making angles,  $\alpha, \beta, \gamma$  with the positive directions of x, y and z axes respectively,  
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ .

## SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Check whether the function  $f(x) = x^2 |x|$  is differentiable at  $x = 0$  or not.

OR

(b) If  $y = \sqrt{\tan \sqrt{x}}$ , prove that  $\sqrt{x} \frac{dy}{dx} = \frac{1+y^4}{4y}$ .

22. Show that the function  $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 27x - 7$  has neither maxima nor minima.

23. (a) Find :

$$\int x \sqrt{1+2x} dx$$

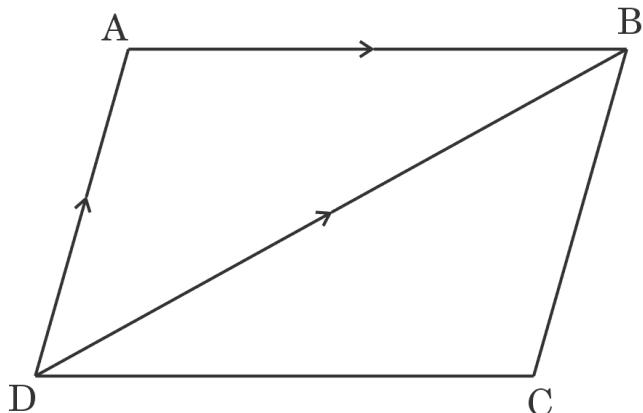
OR

- (b) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$



24. यदि दो शून्येतर सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  इस प्रकार हैं कि  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$  और  $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $|\vec{b}| = \sqrt{2} |\vec{a}|$ .
25. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। यदि  $\vec{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$  तथा  $\vec{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$  हैं, तो  $\vec{AD}$  ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



### खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

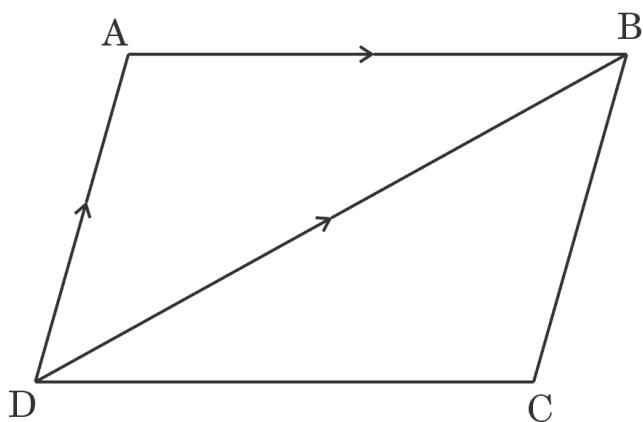
26. (क) समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में एक संबंध  $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$  द्वारा परिभाषित है। जाँच कीजिए कि क्या यह संबंध R स्वतुल्य, सममित और संक्रामक है।

### अथवा

- (ख) फलन  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = ax + b$  द्वारा इस प्रकार परिभाषित है कि  $f(1) = 1$  और  $f(2) = 3$ . फलन  $f(x)$  ज्ञात कीजिए। अतः, जाँच कीजिए कि क्या फलन  $f(x)$  एकेकी और आच्छादक है या नहीं।



24. If  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are two non-zero vectors such that  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$  and  $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ , then prove that  $|\vec{b}| = \sqrt{2} |\vec{a}|$ .
25. In the given figure, ABCD is a parallelogram. If  $\vec{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$  and  $\vec{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ , then find  $\vec{AD}$  and hence find the area of parallelogram ABCD.



### SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) A relation R on set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  is defined as  $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$ . Check whether the relation R is reflexive, symmetric and transitive.

### OR

- (b) A function f is defined from  $R \rightarrow R$  as  $f(x) = ax + b$ , such that  $f(1) = 1$  and  $f(2) = 3$ . Find function f(x). Hence, check whether function f(x) is one-one and onto or not.

~~~~~

27. (क) यदि  $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  
$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}.$$

अथवा

- (ख) यदि  $y = (\tan x)^x$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

28. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)} dx$$

अथवा

- (ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2| + |x-3|) dx$$

29. अवकल समीकरण  $x^2 \frac{dy}{dx} - xy = x^2 \cos^2\left(\frac{y}{2x}\right)$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया

हुआ है कि  $y = \frac{\pi}{2}$ , यदि  $x = 1$ .

30. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + 2y \leq 12$$

$$2x + y \leq 12$$

$$4x + 5y \geq 20$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$z = 500x + 300y$  का अधिकतमीकरण कीजिए।

31. E और F दो स्वतंत्र घटनाएँ ऐसी हैं जिनके लिए  $P(\bar{E}) = 0.6$  तथा  $P(E \cup F) = 0.6$  है।  
 $P(F)$  और  $P(\bar{E} \cup \bar{F})$  ज्ञात कीजिए।



27. (a) If  $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$ .

**OR**

(b) If  $y = (\tan x)^x$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

28. (a) Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)} dx$$

**OR**

(b) Evaluate :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2| + |x-3|) dx$$

29. Find the particular solution of the differential equation given by  $x^2 \frac{dy}{dx} - xy = x^2 \cos^2\left(\frac{y}{2x}\right)$ , given that when  $x = 1$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$ .

30. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise  $z = 500x + 300y$ ,

subject to constraints

$$x + 2y \leq 12$$

$$2x + y \leq 12$$

$$4x + 5y \geq 20$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

31. E and F are two independent events such that  $P(\bar{E}) = 0.6$  and  $P(E \cup F) = 0.6$ . Find  $P(F)$  and  $P(\bar{E} \cup \bar{F})$ .

~~~~~

### खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

- 32.** (क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से, निम्न

समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - 2y = 10, 2x - y - z = 8, -2y + z = 7$$

**अथवा**

- (ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$  है,

तो  $(a + x) - (b + y)$  का मान ज्ञात कीजिए।

- 33.** (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$$

**अथवा**

- (ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$$

- 34.** समाकलन विधि के प्रयोग से, दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  के उस क्षेत्र का, जो रेखाओं  $x = -2$  और  $x = 2$  के बीच है, क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 35.** यदि रेखा  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$  में बिंदु  $P(x, y, z)$  का प्रतिबिम्ब  $P'(1, 0, 7)$  है, तो बिंदु  $P$  के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



## SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. (a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of equations :

$$x - 2y = 10, 2x - y - z = 8, -2y + z = 7$$

**OR**

- (b) If  $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$ ,

find the value of  $(a + x) - (b + y)$ .

33. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$$

**OR**

- (b) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$$

34. Using integration, find the area of the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ , included between the lines  $x = -2$  and  $x = 2$ .

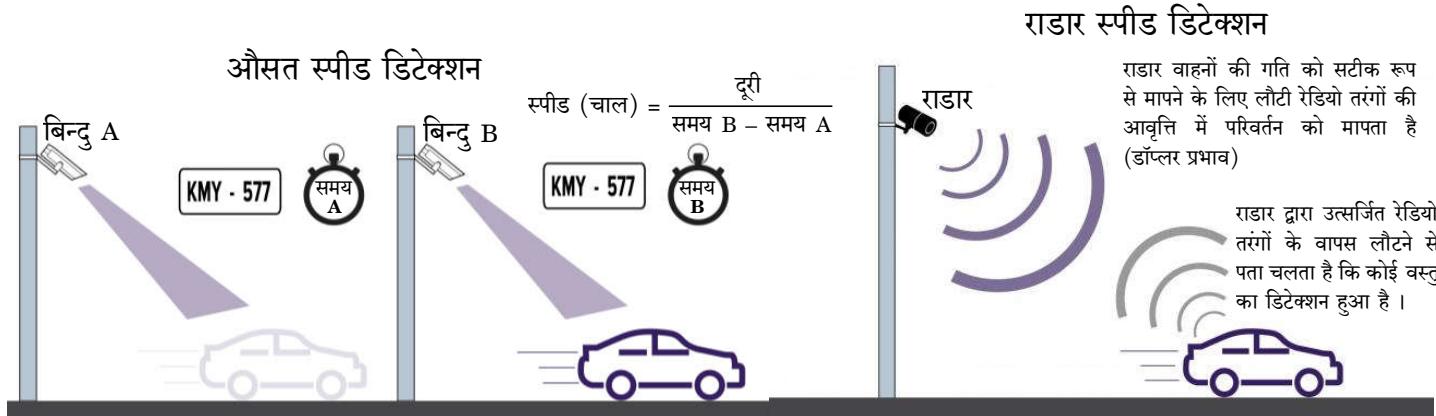
35. The image of point  $P(x, y, z)$  with respect to line  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$  is  $P'(1, 0, 7)$ . Find the coordinates of point P.

## खण्ड ३

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्यारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

### प्रकरण अध्ययन – 1

36. ट्रैफिक पुलिस ने शहर में विभिन्न स्थानों पर ओवर स्पीड उल्लंघन डिटेक्शन (OSVD) प्रणाली स्थापित की है। ये कैमरे 300 मीटर की दूरी से तेज गति से चलने वाले वाहन की फोटो ले सकते हैं और अँधेरे में भी काम कर सकते हैं।



एक खंभे पर 5 मीटर की ऊँचाई पर एक कैमरा स्थापित किया गया है। यह 20 मीटर / सेकंड की गति से खंभे से दूर जा रही एक कार का पता लगाता है। खंभे के पाद से  $x$  मीटर दूरी पर किसी भी बिंदु पर, कार C से स्पीड कैमरे का उन्नयन कोण  $\theta$  है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) खंभे पर स्थापित किए गए कैमरे की ऊँचाई और  $x$  के रूप में  $\theta$  को व्यक्त कीजिए। 1
- (ii)  $\frac{d\theta}{dx}$  ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) जब कार खंभे से 50 मीटर दूर हो, तो उस क्षण पर समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए। 2

#### अथवा

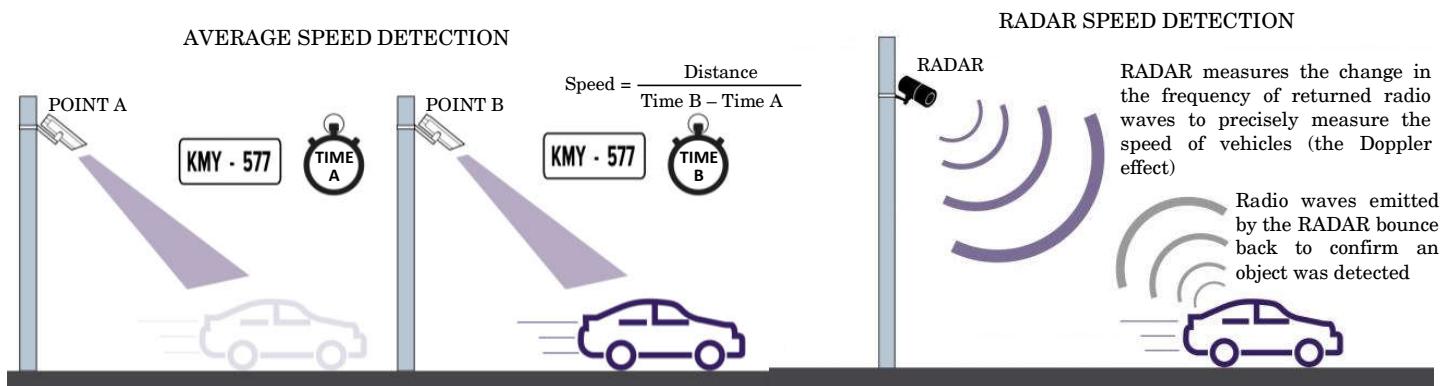
- (iii) (ख) यदि खंभे के पाद से 50 मीटर की दूरी पर दूसरी कार के समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर  $\frac{3}{101}$  रेडियन/सेकंड है, तो कार की गति ज्ञात कीजिए। 2

## SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

### Case Study – 1

36. The traffic police has installed Over Speed Violation Detection (OSVD) system at various locations in a city. These cameras can capture a speeding vehicle from a distance of 300 m and even function in the dark.



A camera is installed on a pole at the height of 5 m. It detects a car travelling away from the pole at the speed of 20 m/s. At any point,  $x$  m away from the base of the pole, the angle of elevation of the speed camera from the car C is  $\theta$ .

On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Express  $\theta$  in terms of height of the camera installed on the pole and  $x$ . 1
- (ii) Find  $\frac{d\theta}{dx}$ . 1
- (iii) (a) Find the rate of change of angle of elevation with respect to time at an instant when the car is 50 m away from the pole. 2

**OR**

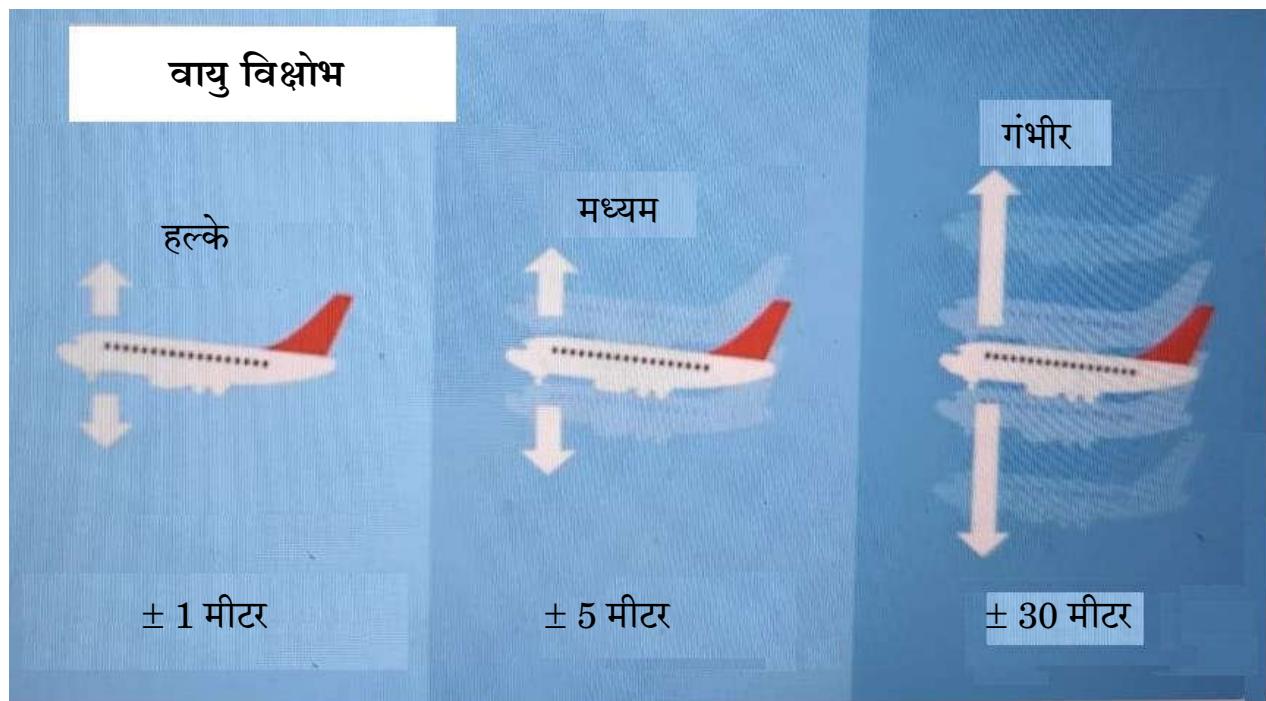
- (iii) (b) If the rate of change of angle of elevation with respect to time of another car at a distance of 50 m from the base of the pole is  $\frac{3}{101}$  rad/s, then find the speed of the car. 2



## प्रकरण अध्ययन – 2

37. हाल के शोध के अनुसार, जलवायु परिवर्तन के कारण दुनिया भर के विभिन्न क्षेत्रों में वायु विक्षोभ बढ़ता है। वायु विक्षोभ उड़ान को मुश्किल बना देता है और अक्सर उड़ान में देरी करता है।

मान लीजिए कि एक हवाई जहाज समान प्रायिकता के साथ गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ या हल्के विक्षोभ का अनुभव करता है। इसके अलावा, गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ और हल्के विक्षोभ के कारण हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता क्रमशः 55%, 37% और 17% है।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

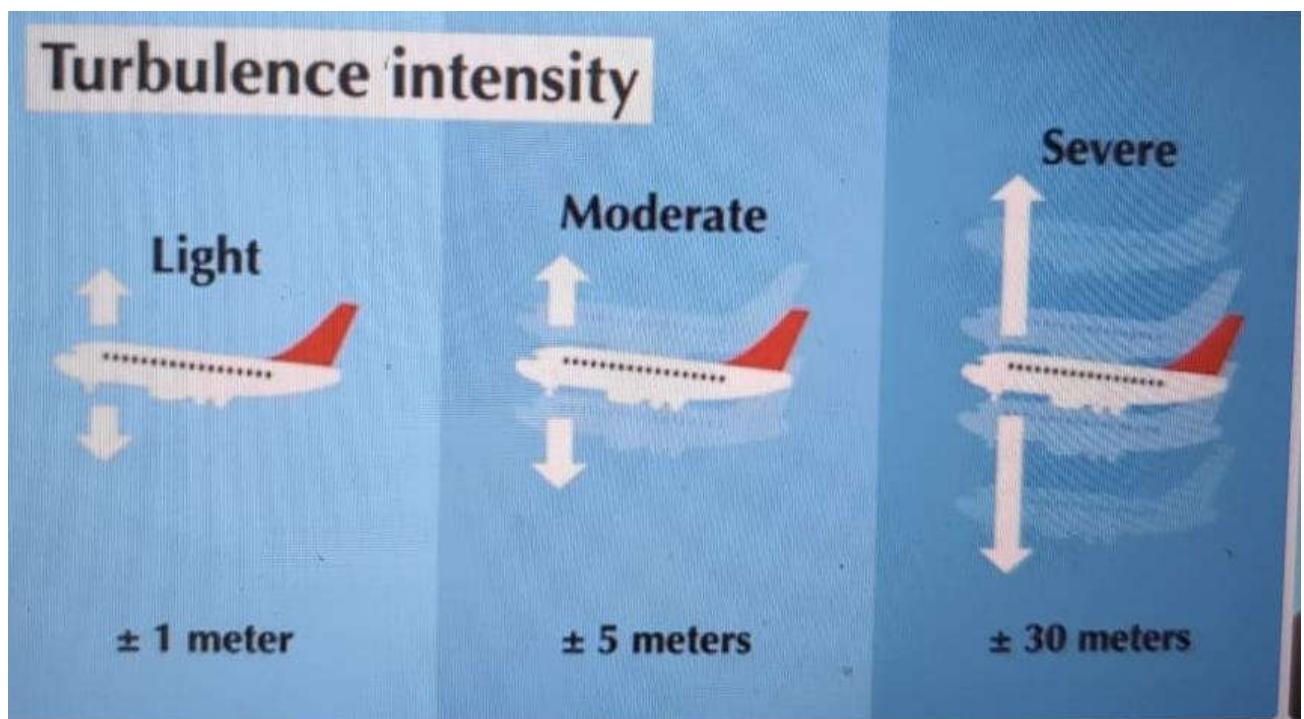
- (i) हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2
- (ii) यदि हवाई जहाज अपने गंतव्य पर देर से पहुँचता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि ऐसा मध्यम विक्षोभ के कारण हुआ है। 2



## Case Study – 2

37. According to recent research, air turbulence has increased in various regions around the world due to climate change. Turbulence makes flights bumpy and often delays the flights.

Assume that, an airplane observes severe turbulence, moderate turbulence or light turbulence with equal probabilities. Further, the chance of an airplane reaching late to the destination are 55%, 37% and 17% due to severe, moderate and light turbulence respectively.



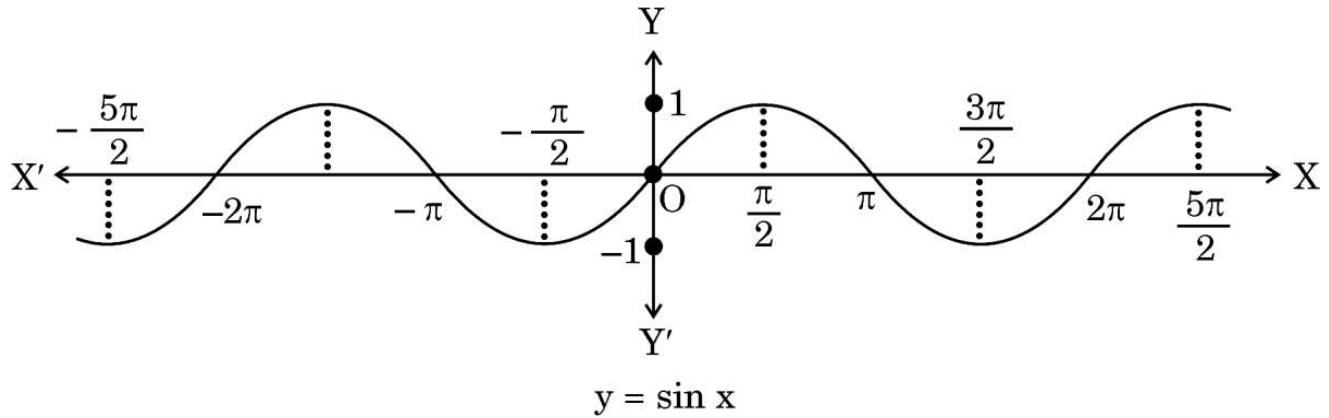
On the basis of the above information, answer the following questions :

- Find the probability that an airplane reached its destination late. 2
- If the airplane reached its destination late, find the probability that it was due to moderate turbulence. 2



### प्रकरण अध्ययन – 3

38. यदि फलन  $f : X \rightarrow Y$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $f(x) = y$  एककी तथा आच्छादक हो, तो हम एक अद्वितीय फलन  $g : Y \rightarrow X$  इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं कि  $g(y) = x$ , जहाँ  $x \in X$  तथा  $y = f(x)$ ,  $y \in Y$  है। फलन  $g$  को फलन  $f$  का प्रतिलिप्त कहा जाता है।  
 sine फलन का प्रांत  $R$  और फलन  $\sin : R \rightarrow R$  न तो एककी है और न ही आच्छादक है। निम्न आकृति में sine फलन का आलेख दिखाया गया है।



मान लीजिए sine फलन समुच्चय  $A$  से  $[-1, 1]$  इस प्रकार परिभाषित है कि sine फलन के प्रतिलिप्त का अस्तित्व है, यानि  $\sin^{-1} x : [-1, 1] \rightarrow A$  पर परिभाषित है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) यदि  $A$  मुख्य मान शाखा के अलावा अन्य अंतराल है, तो ऐसे एक अंतराल का उदाहरण दीजिए। 1
- (ii) यदि  $\sin^{-1} (x)$  को  $[-1, 1]$  से इसकी मुख्य मान शाखा में परिभाषित किया गया हो, तो  $\sin^{-1} \left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$  का मान ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क)  $[-1, 1]$  से मुख्य मान शाखा तक के लिए  $\sin^{-1} x$  का आलेख बनाइए। 2

**अथवा**

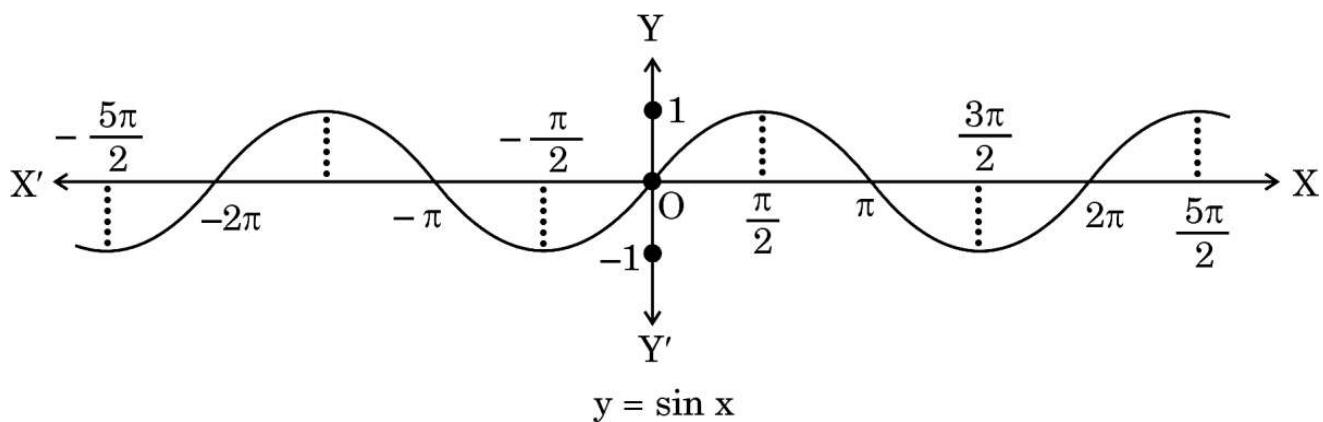
- (iii) (ख)  $f(x) = 2 \sin^{-1}(1-x)$  का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए। 2



### Case Study – 3

38. If a function  $f : X \rightarrow Y$  defined as  $f(x) = y$  is one-one and onto, then we can define a unique function  $g : Y \rightarrow X$  such that  $g(y) = x$ , where  $x \in X$  and  $y = f(x)$ ,  $y \in Y$ . Function  $g$  is called the inverse of function  $f$ .

The domain of sine function is  $\mathbb{R}$  and function  $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is neither one-one nor onto. The following graph shows the sine function.



Let sine function be defined from set A to  $[-1, 1]$  such that inverse of sine function exists, i.e.,  $\sin^{-1} x$  is defined from  $[-1, 1]$  to A.

On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) If A is the interval other than principal value branch, give an example of one such interval. 1
- (ii) If  $\sin^{-1} (x)$  is defined from  $[-1, 1]$  to its principal value branch, find the value of  $\sin^{-1} \left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1} (1)$ . 1
- (iii) (a) Draw the graph of  $\sin^{-1} x$  from  $[-1, 1]$  to its principal value branch. 2

**OR**

- (iii) (b) Find the domain and range of  $f(x) = 2 \sin^{-1} (1 - x)$ . 2



# Series PQ2RS/2

Set – 1



प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65/2/1**

अनुक्रमांक

Roll No.



परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



## गणित MATHEMATICS



निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सम्भवती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है— क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

### खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि एक  $3 \times 3$  के अदिश आव्यूह के सभी अवयवों का योगफल 9 है, तो इसके सभी अवयवों का गुणनफल होगा :
- |        |         |
|--------|---------|
| (A) 0  | (B) 9   |
| (C) 27 | (D) 729 |



### **General Instructions :**

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

- (i) *This question paper contains **38** questions. All questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

## **SECTION A**

*This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.*

1. If the sum of all the elements of a  $3 \times 3$  scalar matrix is 9, then the product of all its elements is :
  - (A) 0
  - (B) 9
  - (C) 27
  - (D) 729



2. माना  $f : R_+ \rightarrow [-5, \infty)$ ,  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा परिभाषित है, जहाँ  $R_+$  सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। तो  $f$  है :

- (A) एकैकी
- (B) आच्छादक
- (C) एकैकी आच्छादक
- (D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

3. यदि  $\begin{vmatrix} -a & b & c \\ a & -b & c \\ a & b & -c \end{vmatrix} = kabc$  है, तो  $k$  का मान है :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 4

4.  $f(x) = \begin{cases} |x|+3, & \text{यदि } x \leq -3 \\ -2x, & \text{यदि } -3 < x < 3 \\ 6x+2, & \text{यदि } x \geq 3 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन के असांतत्यता के बिंदुओं की संख्या है :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) अनन्त

5. फलन  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 12x - 18$  :

- (A)  $R$  पर निरंतर हासमान है
- (B)  $R$  पर निरंतर वर्धमान है
- (C)  $R$  पर न तो निरंतर वर्धमान है और न ही निरंतर हासमान है
- (D)  $(-\infty, 0)$  पर निरंतर हासमान है



2. Let  $f : R_+ \rightarrow [-5, \infty)$  be defined as  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ , where  $R_+$  is the set of all non-negative real numbers. Then,  $f$  is :

- (A) one-one
- (B) onto
- (C) bijective
- (D) neither one-one nor onto

3. If  $\begin{vmatrix} -a & b & c \\ a & -b & c \\ a & b & -c \end{vmatrix} = kabc$ , then the value of  $k$  is :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 4

4. The number of points of discontinuity of  $f(x) = \begin{cases} |x|+3, & \text{if } x \leq -3 \\ -2x, & \text{if } -3 < x < 3 \\ 6x+2, & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$  is :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) infinite

5. The function  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 12x - 18$  is :

- (A) strictly decreasing on  $R$
- (B) strictly increasing on  $R$
- (C) neither strictly increasing nor strictly decreasing on  $R$
- (D) strictly decreasing on  $(-\infty, 0)$



6.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$  बराबर है :

(A)  $\pi$  (B) शून्य (0)

(C)  $\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin x}{1 + \sin x \cos x} dx$  (D)  $\frac{\pi^2}{4}$

7. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$  समघातीय अवकल समीकरण नहीं होगा, यदि  $F(x, y)$  है :

(A)  $\cos x - \sin\left(\frac{y}{x}\right)$  (B)  $\frac{y}{x}$   
 (C)  $\frac{x^2 + y^2}{xy}$  (D)  $\cos^2\left(\frac{x}{y}\right)$

8. किन्हीं दो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए, निम्नलिखित कथनों में से कौन-सा सदैव सही है ?

(A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq |\vec{a}| |\vec{b}|$  (B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$   
 (C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$  (D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} < |\vec{a}| |\vec{b}|$

9. बिन्दु (0, 1, 2) से x-अक्ष पर डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं :

(A) (1, 0, 0) (B) (2, 0, 0)  
 (C)  $(\sqrt{5}, 0, 0)$  (D) (0, 0, 0)

10. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सभी व्यवरोधों द्वारा नियत उभयनिष्ठ क्षेत्र कहलाता है :

(A) एक अपरिबद्ध क्षेत्र (B) एक इष्टतम क्षेत्र  
 (C) एक परिबद्ध क्षेत्र (D) एक सुसंगत क्षेत्र



6.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$  is equal to :
- (A)  $\pi$       (B) Zero (0)
- (C)  $\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin x}{1 + \sin x \cos x} dx$       (D)  $\frac{\pi^2}{4}$
7. The differential equation  $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$  will not be a homogeneous differential equation, if  $F(x, y)$  is :
- (A)  $\cos x - \sin \left( \frac{y}{x} \right)$       (B)  $\frac{y}{x}$
- (C)  $\frac{x^2 + y^2}{xy}$       (D)  $\cos^2 \left( \frac{x}{y} \right)$
8. For any two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , which of the following statements is always true ?
- (A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq |\vec{a}| |\vec{b}|$       (B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$
- (C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$       (D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} < |\vec{a}| |\vec{b}|$
9. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $(0, 1, 2)$  on the x-axis are given by :
- (A)  $(1, 0, 0)$       (B)  $(2, 0, 0)$
- (C)  $(\sqrt{5}, 0, 0)$       (D)  $(0, 0, 0)$
10. The common region determined by all the constraints of a linear programming problem is called :
- (A) an unbounded region      (B) an optimal region
- (C) a bounded region      (D) a feasible region



11. माना किसी प्रयोग में E किसी प्रतिदर्श समष्टि S की एक घटना है, तो  $P(S|E)$  बराबर है :

- |                   |            |
|-------------------|------------|
| (A) $P(S \cap E)$ | (B) $P(E)$ |
| (C) 1             | (D) 0      |

12. यदि  $A = [a_{ij}]$  एक  $3 \times 3$  आव्यूह है, जिसमें  $a_{ij} = i - 3j$  है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा गलत है ?

- |                       |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| (A) $a_{11} < 0$      | (B) $a_{12} + a_{21} = -6$ |
| (C) $a_{13} > a_{31}$ | (D) $a_{31} = 0$           |

13. x के सापेक्ष,  $\tan^{-1}(x^2)$  का अवकलज है :

- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| (A) $\frac{x}{1+x^4}$   | (B) $\frac{2x}{1+x^4}$ |
| (C) $-\frac{2x}{1+x^4}$ | (D) $\frac{1}{1+x^4}$  |

14. अवकल समीकरण  $(y'')^2 + (y')^3 = x \sin(y')$  की घात :

- |          |                      |
|----------|----------------------|
| (A) 1 है | (B) 2 है             |
| (C) 3 है | (D) परिभाषित नहीं है |

15. मात्रक सदिश, जो कि सदिशों  $\hat{i} + \hat{k}$  और  $\hat{i} - \hat{k}$ , दोनों पर लंब है, है :

- |  |  |
|--|--|
| (A) $2\hat{j}$                           | (B) $\hat{j}$                            |
| (C) $\frac{\hat{i} - \hat{k}}{\sqrt{2}}$ | (D) $\frac{\hat{i} + \hat{k}}{\sqrt{2}}$ |

16. रेखा  $\frac{x-1}{2} = -y = \frac{2z+1}{6}$  के समांतर एक सदिश के दिक्-अनुपात हैं :

- |              |              |
|--------------|--------------|
| (A) 2, -1, 6 | (B) 2, 1, 6  |
| (C) 2, 1, 3  | (D) 2, -1, 3 |



11. Let  $E$  be an event of a sample space  $S$  of an experiment, then  $P(S|E) =$

- |                   |            |
|-------------------|------------|
| (A) $P(S \cap E)$ | (B) $P(E)$ |
| (C) 1             | (D) 0      |

12. If  $A = [a_{ij}]$  be a  $3 \times 3$  matrix, where  $a_{ij} = i - 3j$ , then which of the following is *false* ?

- |                       |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| (A) $a_{11} < 0$      | (B) $a_{12} + a_{21} = -6$ |
| (C) $a_{13} > a_{31}$ | (D) $a_{31} = 0$           |

13. The derivative of  $\tan^{-1}(x^2)$  w.r.t.  $x$  is :

- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| (A) $\frac{x}{1+x^4}$   | (B) $\frac{2x}{1+x^4}$ |
| (C) $-\frac{2x}{1+x^4}$ | (D) $\frac{1}{1+x^4}$  |

14. The degree of the differential equation  $(y'')^2 + (y')^3 = x \sin(y')$  is :

- |       |                 |
|-------|-----------------|
| (A) 1 | (B) 2           |
| (C) 3 | (D) not defined |

15. The unit vector perpendicular to both vectors  $\hat{i} + \hat{k}$  and  $\hat{i} - \hat{k}$  is :

- |  |  |
|--|--|
| (A) $2\hat{j}$                           | (B) $\hat{j}$                            |
| (C) $\frac{\hat{i} - \hat{k}}{\sqrt{2}}$ | (D) $\frac{\hat{i} + \hat{k}}{\sqrt{2}}$ |

16. Direction ratios of a vector parallel to line  $\frac{x-1}{2} = -y = \frac{2z+1}{6}$  are :

- |              |              |
|--------------|--------------|
| (A) 2, -1, 6 | (B) 2, 1, 6  |
| (C) 2, 1, 3  | (D) 2, -1, 3 |



17. यदि  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $[F(x)]^2 = F(kx)$  है, तो  $k$  का मान है :

- |       |        |
|-------|--------|
| (A) 1 | (B) 2  |
| (C) 0 | (D) -2 |

18. यदि एक रेखा  $x$ -अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ  $30^\circ$  का कोण,  $y$ -अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ  $120^\circ$  का कोण बनाती है, तो यह रेखा  $z$ -अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ जो कोण बनाती है, वह है :

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| (A) $90^\circ$ | (B) $120^\circ$ |
| (C) $60^\circ$ | (D) $0^\circ$   |

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

- (A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।
- (D) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A) : किसी एक सममित आव्यूह  $A$  के लिए,  $B'AB$  एक विषम सममित आव्यूह होता है।

तर्क (R) : एक वर्ग आव्यूह  $P$  विषम सममित आव्यूह कहलाएगा, यदि  $P' = -P$ .

20. अभिकथन (A) : दो शून्येतर सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ .

तर्क (R) : दो शून्येतर सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए,  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ .



17. If  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  and  $[F(x)]^2 = F(kx)$ , then the value of  $k$  is :

- (A) 1                                      (B) 2  
 (C) 0                                      (D) -2

18. If a line makes an angle of  $30^\circ$  with the positive direction of  $x$ -axis,  $120^\circ$  with the positive direction of  $y$ -axis, then the angle which it makes with the positive direction of  $z$ -axis is :  
 (A)  $90^\circ$                                       (B)  $120^\circ$   
 (C)  $60^\circ$                                       (D)  $0^\circ$

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).  
 (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).  
 (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.  
 (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. Assertion (A) : For any symmetric matrix  $A$ ,  $B'AB$  is a skew-symmetric matrix.

Reason (R) : A square matrix  $P$  is skew-symmetric if  $P' = -P$ .

20. Assertion (A) : For two non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ .

Reason (R) : For two non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ .

~~~~~

### खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

**21.** (क)  $\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \tan^{-1}\left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$  का मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) फलन  $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 4)$  का प्रांत ज्ञात कीजिए। इसका परिसर भी ज्ञात कीजिए।

**22.** (क) यदि  $f(x) = |\tan 2x|$  है, तो  $x = \frac{\pi}{3}$  पर  $f'(x)$  का मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) यदि  $y = \operatorname{cosec}(\cot^{-1} x)$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} - x = 0$ .

**23.** यदि फलन  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ) के स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम मान, क्रमशः  $M$  और  $m$  द्वारा प्रदत्त हैं, तो  $(M - m)$  का मान ज्ञात कीजिए।

**24.** ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{e^{4x}-1}{e^{4x}+1} dx$$

**25.** दर्शाइए कि  $f(x) = e^x - e^{-x} + x - \tan^{-1} x$  अपने प्रांत में निरंतर वर्धमान है।



## SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the value of  $\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \tan^{-1}\left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$ .

**OR**

- (b) Find the domain of the function  $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 4)$ . Also, find its range.

22. (a) If  $f(x) = |\tan 2x|$ , then find the value of  $f'(x)$  at  $x = \frac{\pi}{3}$ .

**OR**

- (b) If  $y = \text{cosec}(\cot^{-1} x)$ , then prove that  $\sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} - x = 0$ .

23. If  $M$  and  $m$  denote the local maximum and local minimum values of the function  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ) respectively, find the value of  $(M - m)$ .

24. Find :

$$\int \frac{e^{4x} - 1}{e^{4x} + 1} dx$$

25. Show that  $f(x) = e^x - e^{-x} + x - \tan^{-1} x$  is strictly increasing in its domain.

~~~~~

### खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

- 26.** (क) यदि  $x = e^{\cos 3t}$  और  $y = e^{\sin 3t}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y \log x}{x \log y}$ .

**अथवा**

- (ख) दर्शाइए कि :

$$\frac{d}{dx}(|x|) = \frac{x}{|x|}, x \neq 0$$

- 27.** (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} dx$$

**अथवा**

- (ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{x [(\log x)^2 - 3 \log x - 4]} dx$$

- 28.** (क) अवकल समीकरण  $2xy + y^2 - 2x^2 \frac{dy}{dx} = 0$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए; दिया गया है  $y = 2$ , जब  $x = 1$  है।

**अथवा**

- (ख) अवकल समीकरण  $y dx = (x + 2y^2) dy$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

- 29.** त्रिभुज ABC के शीर्षों के स्थिति सदिश  $A(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ ,  $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$  और  $C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$  हैं। त्रिभुज ABC के सभी कोण ज्ञात कीजिए।

- 30.** पासों के एक जोड़े को एक साथ उछाला जाता है। यदि X, पासों के ऊपरी फलकों पर आई संख्याओं के पूर्ण-अंतर को व्यक्त करता है, तो X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

- 31.** ज्ञात कीजिए :

$$\int x^2 \cdot \sin^{-1}(x^{3/2}) dx$$



## SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) If  $x = e^{\cos 3t}$  and  $y = e^{\sin 3t}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y \log x}{x \log y}$ .

**OR**

- (b) Show that :

$$\frac{d}{dx}(|x|) = \frac{x}{|x|}, x \neq 0$$

27. (a) Evaluate :

$$\int_{-2}^{2} \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} dx$$

**OR**

- (b) Find :

$$\int \frac{1}{x [(\log x)^2 - 3 \log x - 4]} dx$$

28. (a) Find the particular solution of the differential equation given by  $2xy + y^2 - 2x^2 \frac{dy}{dx} = 0$ ;  $y = 2$ , when  $x = 1$ .

**OR**

- (b) Find the general solution of the differential equation :

$$y dx = (x + 2y^2) dy$$

29. The position vectors of vertices of  $\Delta ABC$  are  $A(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ ,  $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$  and  $C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ . Find all the angles of  $\Delta ABC$ .

30. A pair of dice is thrown simultaneously. If  $X$  denotes the absolute difference of the numbers appearing on top of the dice, then find the probability distribution of  $X$ .

31. Find :

$$\int x^2 \cdot \sin^{-1}(x^{3/2}) dx$$

~~~~~

### खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (क) दर्शाइए कि फलन  $f: R \rightarrow R$  जो  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$  द्वारा परिभाषित है, न तो एकैकी है

और न ही आच्छादक है। साथ ही, समुच्चय  $A$  ज्ञात कीजिए जिससे दिया गया फलन  $f: R \rightarrow A$  एक आच्छादक फलन हो जाए।

**अथवा**

- (ख)  $N \times N$  (जहाँ  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है) पर एक संबंध  $R$  निम्न प्रकार प्रदत्त है :

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a - c = b - d$$

दर्शाइए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

33. एक रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $A(2, 3, 4)$  और  $B(4, 5, 8)$  को मिलाने वाले रेखा-खंड को समद्विभाजित करती हो और रेखाओं  $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$  और  $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$  के लंबवत हो।

34. (क) आव्यूहों का प्रयोग करके, निम्न समीकरण-निकाय को हल कीजिए :

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{10}{z} = 4, \quad \frac{4}{x} - \frac{6}{y} + \frac{5}{z} = 1, \quad \frac{6}{x} + \frac{9}{y} - \frac{20}{z} = 2$$

जहाँ  $x, y, z \neq 0$

**अथवा**

- (ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & \cot x \\ -\cot x & 1 \end{bmatrix}$  है, तो दर्शाइए कि  $A' A^{-1} = \begin{bmatrix} -\cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & -\cos 2x \end{bmatrix}$ .

35. यदि प्रथम चतुर्थांश में  $y^2 = 4x$ ,  $x = 1$  और  $x$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $A_1$  द्वारा प्रदत्त है और  $y^2 = 4x$ ,  $x = 4$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $A_2$  द्वारा प्रदत्त है, तो  $A_1 : A_2$  ज्ञात कीजिए।



## SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Show that a function  $f : R \rightarrow R$  defined by  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$  is neither one-one nor onto. Further, find set A so that the given function  $f : R \rightarrow A$  becomes an onto function.

**OR**

- (b) A relation R is defined on  $N \times N$  (where N is the set of natural numbers) as :

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a - c = b - d$$

Show that R is an equivalence relation.

33. Find the equation of the line which bisects the line segment joining points A(2, 3, 4) and B(4, 5, 8) and is perpendicular to the lines  $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$  and  $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ .

34. (a) Solve the following system of equations, using matrices :

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{10}{z} = 4, \quad \frac{4}{x} - \frac{6}{y} + \frac{5}{z} = 1, \quad \frac{6}{x} + \frac{9}{y} - \frac{20}{z} = 2$$

where  $x, y, z \neq 0$

**OR**

- (b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & \cot x \\ -\cot x & 1 \end{bmatrix}$ , show that  $A'A^{-1} = \begin{bmatrix} -\cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & -\cos 2x \end{bmatrix}$ .

35. If  $A_1$  denotes the area of region bounded by  $y^2 = 4x$ ,  $x = 1$  and x-axis in the first quadrant and  $A_2$  denotes the area of region bounded by  $y^2 = 4x$ ,  $x = 4$ , find  $A_1 : A_2$ .

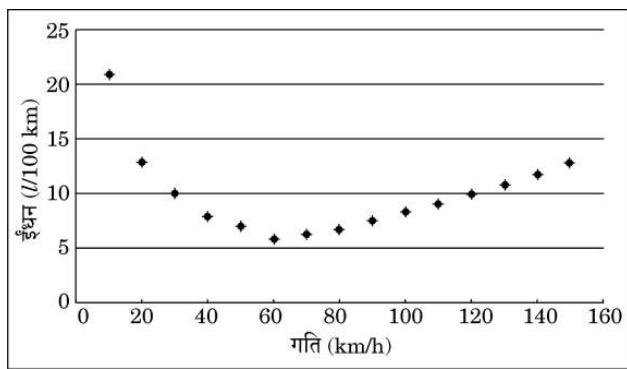
~~~~~

## खण्ड ड.

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

### प्रकरण अध्ययन – 1

- 36.** ओवरस्पीडिंग से ईंधन की खपत बढ़ जाती है और टायर तथा भूमि में घर्षण और वायु प्रतिरोध के परिणामस्वरूप ईंधन की बचत कम हो जाती है। जबकि वाहन अलग-अलग गति पर इष्टतम ईंधन अर्थव्यवस्था तक पहुँचते हैं, ईंधन लाभ आमतौर पर 80 km/h से ऊपर की गति पर तेज़ी से घटता है।



कुछ बाधाओं के तहत ईंधन की खपत  $F$  ( $l/100 \text{ km}$ ) और गति  $V$  ( $\text{km/h}$ ) के बीच संबंध

$$F = \frac{V^2}{500} - \frac{V}{4} + 14 \text{ द्वारा दिया गया है।}$$

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i)  $F$  ज्ञात कीजिए, जबकि  $V = 40 \text{ km/h}$ .

1

(ii)  $\frac{dF}{dV}$  ज्ञात कीजिए।

1

(iii) (क) वह गति  $V$  ज्ञात कीजिए जब ईंधन खपत  $F$  न्यूनतम होती है।

2

#### अथवा

(iii) (ख)  $V$  गति से  $600 \text{ km}$  की यात्रा करने के लिए आवश्यक ईंधन की मात्रा ज्ञात कीजिए जिस पर  $\frac{dF}{dV} = -0.01$  है।

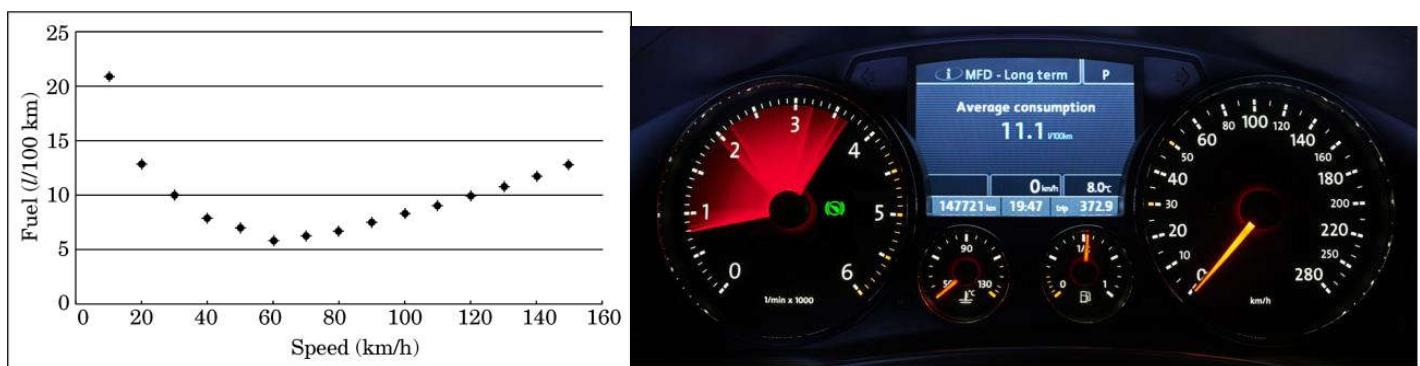
2

## SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

### Case Study - 1

36. Overspeeding increases fuel consumption and decreases fuel economy as a result of tyre rolling friction and air resistance. While vehicles reach optimal fuel economy at different speeds, fuel mileage usually decreases rapidly at speeds above 80 km/h.



The relation between fuel consumption  $F$  ( $l/100$  km) and speed  $V$  (km/h) under some constraints is given as  $F = \frac{V^2}{500} - \frac{V}{4} + 14$ .

On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Find  $F$ , when  $V = 40$  km/h. 1
- (ii) Find  $\frac{dF}{dV}$ . 1
- (iii) (a) Find the speed  $V$  for which fuel consumption  $F$  is minimum. 2

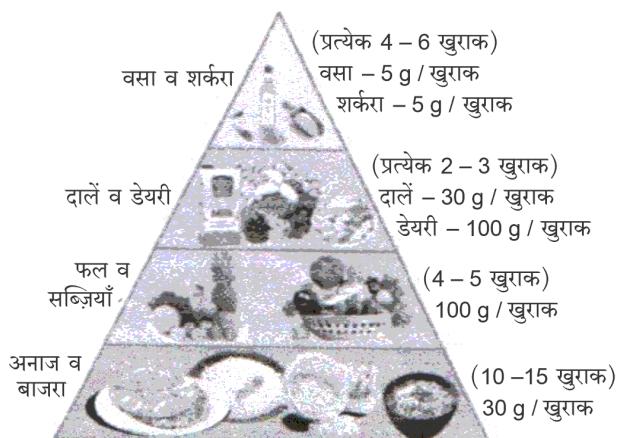
**OR**

- (iii) (b) Find the quantity of fuel required to travel 600 km at the speed  $V$  at which  $\frac{dF}{dV} = -0.01$ . 2

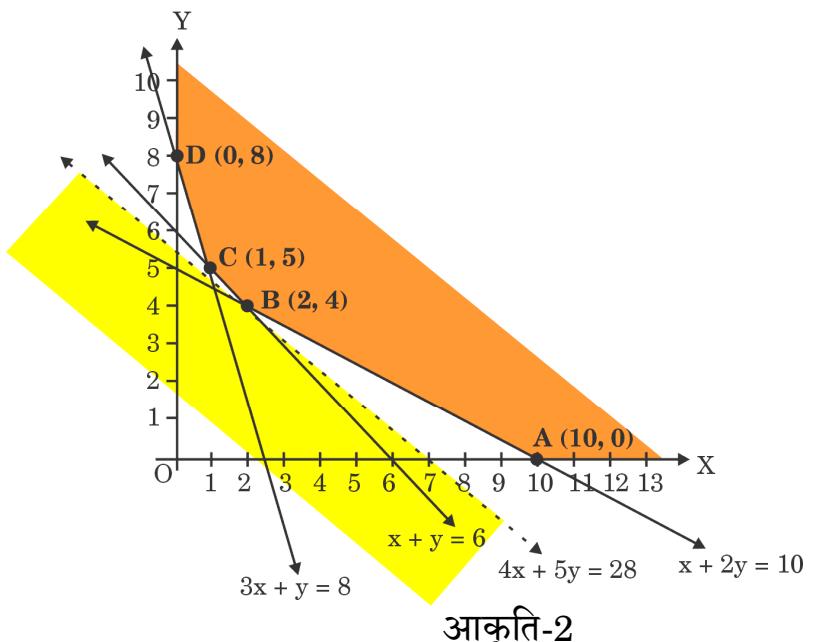


## प्रकरण अध्ययन – 2

37. सितंबर का महीना पूरे देश में राष्ट्रीय पोषण माह के रूप में मनाया जाता है। शरीर को आवश्यक उचित पोषक तत्व प्रदान करने के लिए स्वस्थ और संतुलित आहार का पालन करना महत्वपूर्ण है। संतुलित आहार हमें मानसिक रूप से भी फिट रखता है और ऊर्जा के बेहतर स्तर को बढ़ावा देता है।



**आकृति-1**



**आकृति-2**

एक आहार विशेषज्ञ दो प्रकार के खाद्य पदार्थों, फूड X( $x$  kg) और फूड Y( $y$  kg), जो क्रमशः ₹ 16/kg और ₹ 20/kg की दर पर उपलब्ध हैं, से युक्त आहार की लागत को कम करना चाहता है। व्यवरोधों द्वारा नियत सुसंगत क्षेत्र आकृति-2 में दिखाया गया है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) आकृति-2 से उन सभी व्यवरोधों को पहचानिए और लिखिए जो दिए गए सुसंगत क्षेत्र को निर्धारित करते हैं।

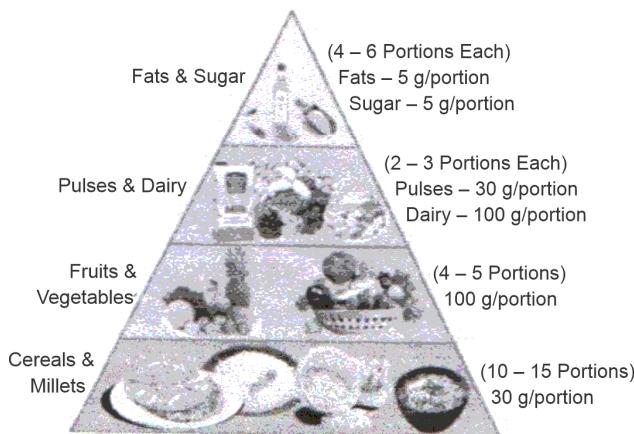
2

- (ii) यदि उद्देश्य लागत फलन  $Z = 16x + 20y$  को न्यूनतम करना हो, तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए जिस पर लागत न्यूनतम हो। यह मानते हुए कि दिए गए अपरिबद्ध क्षेत्र से न्यूनतम लागत संभव है, न्यूनतम लागत भी ज्ञात कीजिए।

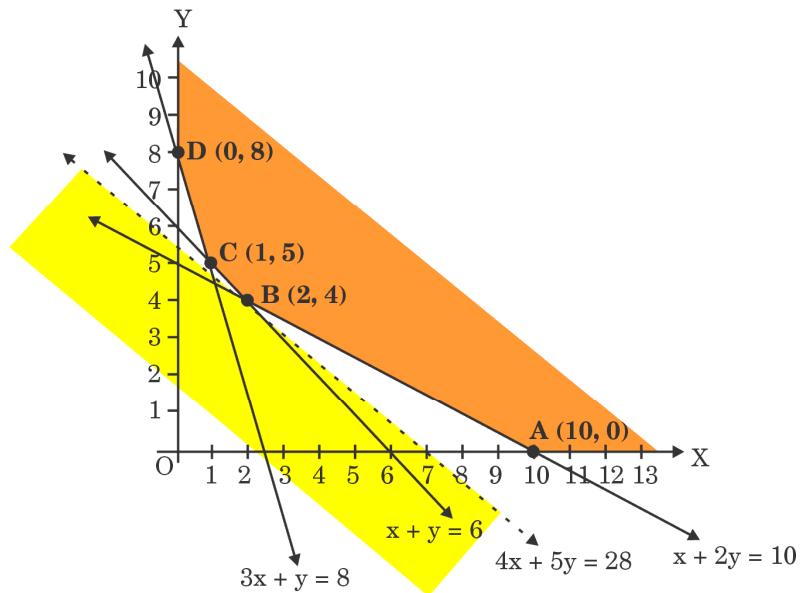
2

**Case Study – 2**

- 37.** The month of September is celebrated as the Rashtriya Poshan Maah across the country. Following a healthy and well-balanced diet is crucial in order to supply the body with the proper nutrients it needs. A balanced diet also keeps us mentally fit and promotes improved level of energy.



**Figure-1**



**Figure-2**

A dietitian wishes to minimize the cost of a diet involving two types of foods, food X ( $x$  kg) and food Y ( $y$  kg) which are available at the rate of ₹ 16/kg and ₹ 20/kg respectively. The feasible region satisfying the constraints is shown in Figure-2.

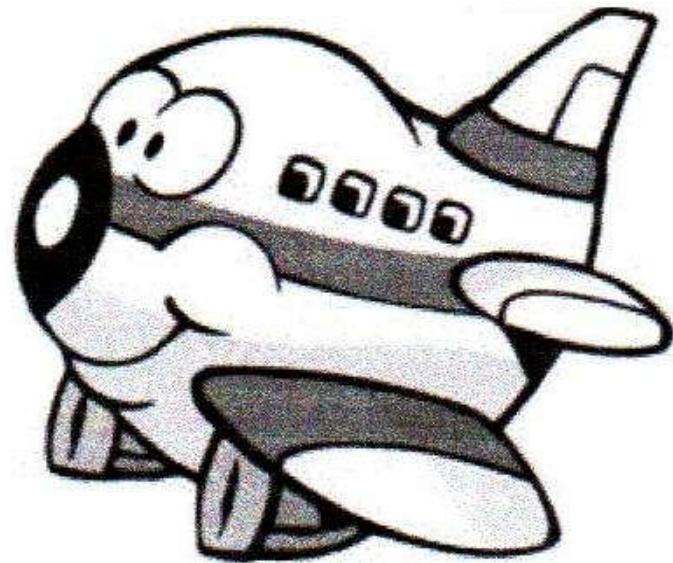
On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Identify and write all the constraints which determine the given feasible region in Figure-2. 2
  
- (ii) If the objective is to minimize cost  $Z = 16x + 20y$ , find the values of  $x$  and  $y$  at which cost is minimum. Also, find minimum cost assuming that minimum cost is possible for the given unbounded region. 2



### प्रकरण अध्ययन – 3

38. जब परिवहन किए गए यात्रियों की संख्या को व्यक्तिगत चोटों और मृत्यु के योग के आधार पर मापा जाता है, तो हवाई जहाज अब तक परिवहन का सबसे सुरक्षित साधन है।



पिछले रिकॉर्ड बताते हैं कि हवाई जहाज के दुर्घटनाग्रस्त होने की प्रायिकता  $0.00001\%$  है। इसके अलावा, 95% संभावना है कि विमान दुर्घटना के बाद जीवित बचे लोग होंगे। मान लीजिए कि दुर्घटना न होने की स्थिति में सभी यात्री जीवित बच जाते हैं।

मान लीजिए  $E_1$  घटना है कि एक विमान की दुर्घटना हुई है और  $E_2$  वह घटना है कि कोई दुर्घटना नहीं हुई है। माना A वह घटना है जिसमें यात्री यात्रा के बाद जीवित बच जाते हैं।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) हवाई जहाज के दुर्घटनाग्रस्त न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

(ii)  $P(A | E_1) + P(A | E_2)$  ज्ञात कीजिए। 1

(iii) (क)  $P(A)$  ज्ञात कीजिए। 2

#### अथवा

(iii) (ख)  $P(E_2 | A)$  ज्ञात कीजिए। 2



### Case Study – 3

38. Airplanes are by far the safest mode of transportation when the number of transported passengers are measured against personal injuries and fatality totals.



Previous records state that the probability of an airplane crash is 0·00001%. Further, there are 95% chances that there will be survivors after a plane crash. Assume that in case of no crash, all travellers survive.

Let  $E_1$  be the event that there is a plane crash and  $E_2$  be the event that there is no crash. Let A be the event that passengers survive after the journey.

On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Find the probability that the airplane will not crash. 1  
(ii) Find  $P(A | E_1) + P(A | E_2)$ . 1  
(iii) (a) Find  $P(A)$ . 2

**OR**

- (iii) (b) Find  $P(E_2 | A)$ . 2



# Series PQ3RS/3

Set – 1



प्रश्न-पत्र कोड  
Q.P. Code

**65/3/1**

अनुक्रमांक

Roll No.



परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains **23** printed pages.
- Please check that this question paper contains **38** questions.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



## गणित MATHEMATICS



निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है— क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

### खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि  $A = [a_{ij}]$  एक तत्समक आव्यूह है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?  
 (A)  $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{यदि } i=j \\ 1, & \text{यदि } i \neq j \end{cases}$       (B)  $a_{ij} = 1, \forall i, j$   
 (C)  $a_{ij} = 0, \forall i, j$       (D)  $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{यदि } i \neq j \\ 1, & \text{यदि } i = j \end{cases}$
2. माना  $R_+$  सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। तब  $f: R_+ \rightarrow R_+, f(x) = x^2 + 1$  द्वारा परिभाषित फलन :  
 (A) एकेकी है परन्तु आच्छादक नहीं है      (B) आच्छादक है परन्तु एकेकी नहीं है  
 (C) एकेकी और आच्छादक दोनों है      (D) न तो एकेकी है और न ही आच्छादक



### **General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **38** questions. All questions are **compulsory**.
- (ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.
- (ix) Use of calculators is **not** allowed.

## **SECTION A**

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If  $A = [a_{ij}]$  is an identity matrix, then which of the following is true ?

- (A)  $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{if } i=j \\ 1, & \text{if } i \neq j \end{cases}$  (B)  $a_{ij} = 1, \forall i, j$   
(C)  $a_{ij} = 0, \forall i, j$  (D)  $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j \\ 1, & \text{if } i = j \end{cases}$

2. Let  $R_+$  denote the set of all non-negative real numbers. Then the function  $f : R_+ \rightarrow R_+$  defined as  $f(x) = x^2 + 1$  is :

- (A) one-one but not onto (B) onto but not one-one  
(C) both one-one and onto (D) neither one-one nor onto



3. माना  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  एक वर्ग आव्यूह है जिसके लिए  $\text{adj } A = A$  है। तब,  $(a + b + c + d)$  बराबर है :
- (A)  $2a$
  - (B)  $2b$
  - (C)  $2c$
  - (D)  $0$
4. फलन  $f(x) = |1 - x + |x||$  :
- (A) असंतत है केवल  $x = 1$  पर
  - (B) असंतत है केवल  $x = 0$  पर
  - (C) असंतत है  $x = 0, 1$  पर
  - (D) हर बिन्दु पर संतत है
5. यदि एक वर्ग की भुजाएँ  $1.5 \text{ cm/s}$  की दर से घट रही हैं, तो इसके परिमाप के घटने की दर है :
- (A)  $1.5 \text{ cm/s}$
  - (B)  $6 \text{ cm/s}$
  - (C)  $3 \text{ cm/s}$
  - (D)  $2.25 \text{ cm/s}$
6.  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , यदि :
- (A)  $f(-x) = f(x)$
  - (B)  $f(-x) = -f(x)$
  - (C)  $f(a-x) = f(x)$
  - (D)  $f(a-x) = -f(x)$
7.  $x \log x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$  एक उदाहरण है :
- (A) पृथक्करणीय चर वाले अवकल समीकरण का।
  - (B) समघातीय अवकल समीकरण का।
  - (C) प्रथम कोटि के रैखिक अवकल समीकरण का।
  - (D) ऐसे अवकल समीकरण का जिसकी घात परिभाषित नहीं है।
8. यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  हैं, तो  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  हैं :
- (A) संरेख सदिश जो कि समांतर नहीं हैं
  - (B) समांतर सदिश
  - (C) परस्पर लंबवत् सदिश
  - (D) मात्रक सदिश



3. Let  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  be a square matrix such that  $\text{adj } A = A$ . Then,  
( $a + b + c + d$ ) is equal to :  
(A)  $2a$       (B)  $2b$   
(C)  $2c$       (D)  $0$
4. A function  $f(x) = |1 - x| + |x|$  is :  
(A) discontinuous at  $x = 1$  only      (B) discontinuous at  $x = 0$  only  
(C) discontinuous at  $x = 0, 1$       (D) continuous everywhere
5. If the sides of a square are decreasing at the rate of  $1.5$  cm/s, the rate of decrease of its perimeter is :  
(A)  $1.5$  cm/s      (B)  $6$  cm/s  
(C)  $3$  cm/s      (D)  $2.25$  cm/s
6.  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , if :  
(A)  $f(-x) = f(x)$       (B)  $f(-x) = -f(x)$   
(C)  $f(a-x) = f(x)$       (D)  $f(a-x) = -f(x)$
7.  $x \log x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$  is an example of a :  
(A) variable separable differential equation.  
(B) homogeneous differential equation.  
(C) first order linear differential equation.  
(D) differential equation whose degree is not defined.
8. If  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ , then  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are :  
(A) collinear vectors which are not parallel  
(B) parallel vectors  
(C) perpendicular vectors  
(D) unit vectors



9. यदि एक रेखा  $x$ ,  $y$  और  $z$  अक्षों की धनात्मक दिशा के साथ क्रमशः  $\alpha$ ,  $\beta$  और  $\gamma$  कोण बनाती है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य **नहीं** है ?
- $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$
  - $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$
  - $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$
  - $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1$
10. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के उद्देश्य फलन में निर्णायक चरों पर लगे प्रतिबंध कहलाते हैं :
- |               |                |
|---------------|----------------|
| (A) सुसंगत हल | (B) व्यवरोध    |
| (C) इष्टतम हल | (D) असुसंगत हल |
11. माना  $E$  और  $F$  दो ऐसी घटनाएँ हैं जिनके लिए  $P(E) = 0.1$ ,  $P(F) = 0.3$ ,  $P(E \cup F) = 0.4$  है, तो  $P(F|E)$  है :
- 0.6
  - 0.4
  - 0.5
  - 0
12. यदि  $A$  और  $B$  दो विषम सममित आव्यूह हैं, तो  $(AB + BA)$  एक :
- |                            |                        |
|----------------------------|------------------------|
| (A) विषम सममित आव्यूह होगा | (B) सममित आव्यूह होगा  |
| (C) शून्य आव्यूह होगा      | (D) तत्समक आव्यूह होगा |
13. यदि  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ k & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \pm 6$  है, तो  $k$  का मान है :
- 2
  - 2
  - $\pm 2$
  - $\mp 2$
14.  $2^x$  का अवकलज,  $3^x$  के सापेक्ष, है :
- |  |  |
|--|--|
| (A) $\left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{\log 2}{\log 3}$ | (B) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \frac{\log 3}{\log 2}$ |
| (C) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \frac{\log 2}{\log 3}$ | (D) $\left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{\log 3}{\log 2}$ |
15. यदि  $|\vec{a}| = 2$  और  $-3 \leq k \leq 2$  है, तो  $|k\vec{a}| \in :$
- |               |              |
|---------------|--------------|
| (A) $[-6, 4]$ | (B) $[0, 4]$ |
| (C) $[4, 6]$  | (D) $[0, 6]$ |



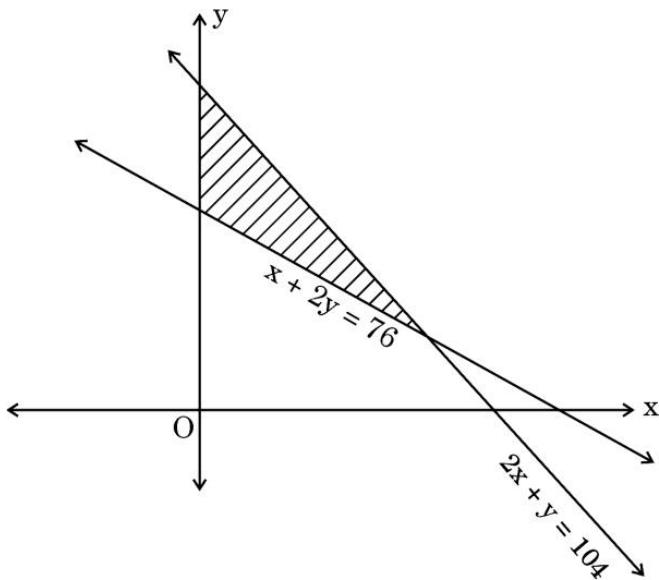
9. If  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  are the angles which a line makes with positive directions of  $x$ ,  $y$  and  $z$  axes respectively, then which of the following is **not** true ?
- (A)  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$   
(B)  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$   
(C)  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$   
(D)  $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1$
10. The restrictions imposed on decision variables involved in an objective function of a linear programming problem are called :
- (A) feasible solutions      (B) constraints  
(C) optimal solutions      (D) infeasible solutions
11. Let  $E$  and  $F$  be two events such that  $P(E) = 0.1$ ,  $P(F) = 0.3$ ,  $P(E \cup F) = 0.4$ , then  $P(F|E)$  is :
- (A) 0.6      (B) 0.4      (C) 0.5      (D) 0
12. If  $A$  and  $B$  are two skew symmetric matrices, then  $(AB + BA)$  is :
- (A) a skew symmetric matrix      (B) a symmetric matrix  
(C) a null matrix      (D) an identity matrix
13. If  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ k & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \pm 6$ , then the value of  $k$  is :
- (A) 2      (B) -2      (C)  $\pm 2$       (D)  $\mp 2$
14. The derivative of  $2^x$  w.r.t.  $3^x$  is :
- (A)  $\left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{\log 2}{\log 3}$       (B)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \frac{\log 3}{\log 2}$   
(C)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \frac{\log 2}{\log 3}$       (D)  $\left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{\log 3}{\log 2}$
15. If  $|\vec{a}| = 2$  and  $-3 \leq k \leq 2$ , then  $|k\vec{a}| \in$  :
- (A)  $[-6, 4]$       (B)  $[0, 4]$   
(C)  $[4, 6]$       (D)  $[0, 6]$

~~~~~

16. यदि एक रेखा दोनों x-अक्ष और z-अक्ष की धनात्मक दिशाओं में  $\frac{\pi}{4}$  का कोण बनाती है, तो यह रेखा y-अक्ष की धनात्मक दिशा में जो कोण बनाती है, वह है :

(A) 0                        (B)  $\frac{\pi}{4}$                         (C)  $\frac{\pi}{2}$                         (D)  $\pi$

17. नीचे दिए गए सुसंगत क्षेत्र को, व्यवरोधों का निम्नलिखित में से कौन-सा समूह निरूपित करता है ?



- (A)  $x + 2y \leq 76, 2x + y \geq 104, x, y \geq 0$   
 (B)  $x + 2y \leq 76, 2x + y \leq 104, x, y \geq 0$   
 (C)  $x + 2y \geq 76, 2x + y \leq 104, x, y \geq 0$   
 (D)  $x + 2y \geq 76, 2x + y \geq 104, x, y \geq 0$

18. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  है :

(A)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

(B)  $30 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

(C)  $\frac{1}{30} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

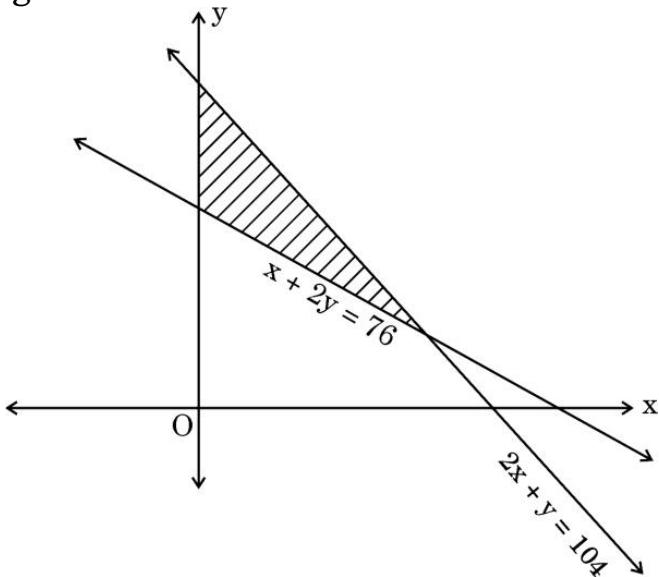
(D)  $\frac{1}{30} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$



16. If a line makes an angle of  $\frac{\pi}{4}$  with the positive directions of both x-axis and z-axis, then the angle which it makes with the positive direction of y-axis is :

(A) 0 (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $\pi$

17. Of the following, which group of constraints represents the feasible region given below ?



- (A)  $x + 2y \leq 76, 2x + y \geq 104, x, y \geq 0$   
 (B)  $x + 2y \leq 76, 2x + y \leq 104, x, y \geq 0$   
 (C)  $x + 2y \geq 76, 2x + y \leq 104, x, y \geq 0$   
 (D)  $x + 2y \geq 76, 2x + y \geq 104, x, y \geq 0$

18. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ , then  $A^{-1}$  is :

(A)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$  (B)  $30 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

(C)  $\frac{1}{30} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  (D)  $\frac{1}{30} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

~~~~~

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

- (A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।
- (D) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A) : प्रत्येक अदिश आव्यूह एक विकर्ण आव्यूह होता है।

तर्क (R) : एक विकर्ण आव्यूह में, विकर्ण के सभी अवयव शून्य होते हैं।

20. अभिकथन (A) : सदिश  $\vec{a}$  का, सदिश  $\vec{b}$  पर प्रक्षेप उतना ही होता है जितना सदिश  $\vec{b}$  का, सदिश  $\vec{a}$  पर।

तर्क (R) : संख्यात्मक दृष्टि से  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण उतना ही होता है जितना  $\vec{b}$  और  $\vec{a}$  के बीच में।

### खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. मान ज्ञात कीजिए :

$$\sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right) + \operatorname{cosec}^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{3}\right)$$

22. (क) यदि  $x = e^{x/y}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x - 1}{(\log x)^2}$

अथवा

(ख)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & 0 \leq x < 1 \\ 3 - x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  के  $x = 1$  पर अवकलनीय होने की जाँच कीजिए।



Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

**19.** Assertion (A) : Every scalar matrix is a diagonal matrix.

Reason (R) : In a diagonal matrix, all the diagonal elements are 0.

**20.** Assertion (A) : Projection of  $\vec{a}$  on  $\vec{b}$  is same as projection of  $\vec{b}$  on  $\vec{a}$ .

Reason (R) : Angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is same as angle between  $\vec{b}$  and  $\vec{a}$  numerically.

## SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

**21.** Evaluate :

$$\sec^2\left(\tan^{-1}\frac{1}{2}\right) + \operatorname{cosec}^2\left(\cot^{-1}\frac{1}{3}\right)$$

**22.** (a) If  $x = e^{x/y}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x - 1}{(\log x)^2}$

**OR**

(b) Check the differentiability of  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & 0 \leq x < 1 \\ 3 - x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  at  $x = 1$ .



23. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos 3x \, dx$$

अथवा

(ख) दिया गया है  $\frac{d}{dx} F(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$  और  $F(1) = 0$ ,  $F(x)$  ज्ञात कीजिए।

24. बिंदु A और B, जिनके स्थिति सदिश क्रमशः  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  और  $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  हैं, को मिलाने वाले रेखा-खंड को 4 : 1 के अनुपात से बाह्य विभाजित करने वाले बिंदु C का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।  $|\vec{AB}| : |\vec{BC}|$  भी ज्ञात कीजिए।

25. मान लीजिए कि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  दो शून्येतर सदिश हैं।

सिद्ध कीजिए कि  $|\vec{a} \times \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ .

वह स्थिति लिखिए जिसमें  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$  है।

### खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (क) यदि  $x \cos(p+y) + \cos p \sin(p+y) = 0$  है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\cos p \frac{dy}{dx} = -\cos^2(p+y), \text{ जहाँ } p \text{ स्थिरांक है।}$$

अथवा

(ख) a और b के बीच मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए फलन f, जो परिभाषित है :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{|x-2|} + a, & \text{यदि } x < 2 \\ a+b, & \text{यदि } x = 2 \\ \frac{x-2}{|x-2|} + b, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$$

संतत फलन है।



**23.** (a) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos 3x \, dx$$

**OR**

(b) Given  $\frac{d}{dx} F(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$  and  $F(1) = 0$ , find  $F(x)$ .

**24.** Find the position vector of point C which divides the line segment joining points A and B having position vectors  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  and  $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  respectively in the ratio 4 : 1 externally. Further, find  $|\vec{AB}| : |\vec{BC}|$ .

**25.** Let  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  be two non-zero vectors.

Prove that  $|\vec{a} \times \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ .

State the condition under which equality holds, i.e.,  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$ .

## SECTION C

*This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.*

**26.** (a) If  $x \cos(p+y) + \cos p \sin(p+y) = 0$ , prove that

$$\cos p \frac{dy}{dx} = -\cos^2(p+y), \text{ where } p \text{ is a constant.}$$

**OR**

(b) Find the value of a and b so that function f defined as :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{|x-2|} + a, & \text{if } x < 2 \\ a+b, & \text{if } x = 2 \\ \frac{x-2}{|x-2|} + b, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

is a continuous function.



27. (क) अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  निरंतर वर्धमान या निरंतर हासमान है।

**अथवा**

- (ख) अंतराल  $[1, 2]$  में  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष निम्नतम मानों को ज्ञात कीजिए।

28. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2+1}{(x^2+2)(x^2+4)} dx$$

29. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2+\sin 2x}{1+\cos 2x} e^x dx$$

**अथवा**

- (ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$$

30. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :  
निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + y \leq 800$$

$$2x + y \leq 1000$$

$$x \leq 400$$

$$x, y \geq 0$$

$z = 4x + 3y$  का अधिकतमीकरण कीजिए।

31. P, Q और R के किसी कंपनी के CEO के रूप में चुने जाने की संभावनाएँ क्रमशः  $4 : 1 : 2$  के अनुपात में हैं। नए CEO, P, Q या R के तहत कंपनी के पिछले वर्ष की तुलना में लाभ बढ़ाने की प्रायिकताएँ क्रमशः  $0.3, 0.8$  और  $0.5$  हैं। यदि कंपनी पिछले वर्ष से लाभ बढ़ाती है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह R की CEO के पद पर नियुक्ति के कारण हुई है।



27. (a) Find the intervals in which the function  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  is strictly increasing or strictly decreasing.

**OR**

- (b) Find the absolute maximum and absolute minimum values of the function  $f$  given by  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ , on the interval  $[1, 2]$ .

28. Find :

$$\int \frac{x^2+1}{(x^2+2)(x^2+4)} dx$$

29. (a) Find :

$$\int \frac{2+\sin 2x}{1+\cos 2x} e^x dx$$

**OR**

- (b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$$

30. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise  $z = 4x + 3y$ ,

subject to the constraints

$$x + y \leq 800$$

$$2x + y \leq 1000$$

$$x \leq 400$$

$$x, y \geq 0.$$

31. The chances of P, Q and R getting selected as CEO of a company are in the ratio  $4 : 1 : 2$  respectively. The probabilities for the company to increase its profits from the previous year under the new CEO, P, Q or R are  $0.3$ ,  $0.8$  and  $0.5$  respectively. If the company increased the profits from the previous year, find the probability that it is due to the appointment of R as CEO.

~~~~~

### खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

- 32.** समुच्चय  $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  में,

$R = \{(x, y) : x + y, 2 \text{ से भाज्य पूर्णांक है}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  है। दर्शाइए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है। तुल्यता-वर्ग [2] भी लिखिए।

- 33.** (क) दिया गया है कि फलन  $f(x) = x^4 - 62x^2 + ax + 9$  स्थानीय उच्चतम मान  $x = 1$  पर प्राप्त करता है। 'a' का मान ज्ञात कीजिए, और सभी अन्य बिंदु ज्ञात कीजिए जिन पर इस फलन  $f(x)$  का स्थानीय उच्चतम या स्थानीय निम्नतम मान प्राप्त होता है।

**अथवा**

- (ख) एक आयताकार धातु की चादर का परिमाप  $300 \text{ cm}$  है। एक सिलेंडर बनाने के लिए इसको एक किनारे से लपेटा जाता है। आयताकार चादर की विमाएँ ज्ञात कीजिए जिससे बनाए गए सिलेंडर का आयतन अधिकतम हो।

- 34.** समाकलन के प्रयोग से, वृत्त  $x^2 + y^2 = 16$  तथा रेखाओं  $x = -2$  तथा  $x = 2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 35.** (क) रेखाओं  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$  और  $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{-3} = \frac{z-7}{2}$  के प्रतिच्छेदन बिंदु से गुज़रने वाली उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो इन दी गई रेखाओं के लम्बवत् है।

**अथवा**

- (ख) एक समांतर चतुर्भुज ABCD के दो शीर्ष  $A(-1, 2, 1)$  और  $B(1, -2, 5)$  हैं। यदि C और D से गुज़रने वाली रेखा का समीकरण  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-8}{2}$  है, तो भुजाओं AB और CD के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। अतः, समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



## SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. A relation R on set  $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  be defined as  $R = \{(x, y) : x + y \text{ is an integer divisible by } 2\}$ . Show that R is an equivalence relation. Also, write the equivalence class [2].
33. (a) It is given that function  $f(x) = x^4 - 62x^2 + ax + 9$  attains local maximum value at  $x = 1$ . Find the value of 'a', hence obtain all other points where the given function  $f(x)$  attains local maximum or local minimum values.

### OR

- (b) The perimeter of a rectangular metallic sheet is 300 cm. It is rolled along one of its sides to form a cylinder. Find the dimensions of the rectangular sheet so that volume of cylinder so formed is maximum.
34. Using integration, find the area of the region enclosed between the circle  $x^2 + y^2 = 16$  and the lines  $x = -2$  and  $x = 2$ .
35. (a) Find the equation of the line passing through the point of intersection of the lines  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$  and  $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{-3} = \frac{z-7}{2}$  and perpendicular to these given lines.

### OR

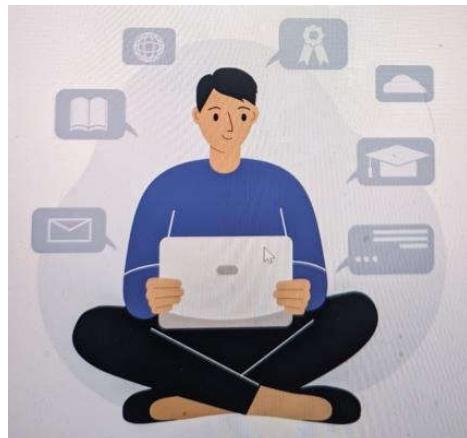
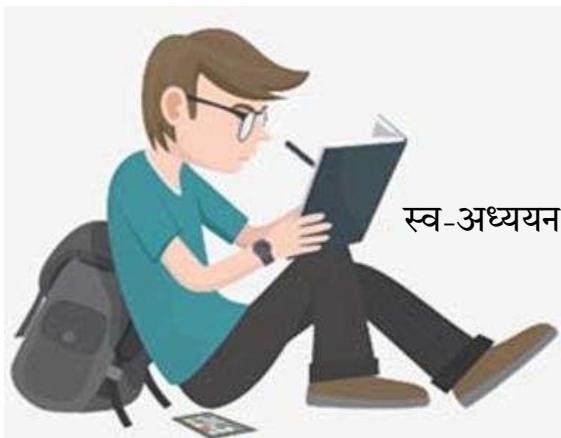
- (b) Two vertices of the parallelogram ABCD are given as A(-1, 2, 1) and B(1, -2, 5). If the equation of the line passing through C and D is  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-8}{2}$ , then find the distance between sides AB and CD. Hence, find the area of parallelogram ABCD.

## खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

### प्रकरण अध्ययन – 1

36. स्व-अध्ययन छात्रों को सीखने में आत्मविश्वास पैदा करने में मदद करता है। इससे छात्रों का आत्म-सम्मान बढ़ता है। हाल के सर्वेक्षणों से पता चला है कि लगभग 50% छात्रों ने इंटरनेट संसाधनों का उपयोग करके स्वयं शिक्षा प्राप्त की और खुद को कुशल बनाया।



एक छात्र स्वयं के कौशल को बढ़ाने में एक दिन में 1 घंटे से 6 घंटे तक का समय व्यतीत कर सकता है। एक छात्र द्वारा व्यतीत किए गए घंटों की संख्या का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

$$P(X = x) = \begin{cases} kx^2, & x = 1, 2, 3 \text{ के लिए} \\ 2kx, & x = 4, 5, 6 \text{ के लिए} \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ  $x$  घंटों की संख्या को प्रदत्त करता है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) ऊपर दिए गए प्रायिकता बंटन को प्रायिकता बंटन तालिका के रूप में व्यक्त कीजिए। 1  
(ii)  $k$  का मान ज्ञात कीजिए। 1  
(iii) (क) छात्र द्वारा व्यतीत किए गए घंटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (ख)  $P(1 < X < 6)$  ज्ञात कीजिए। 2

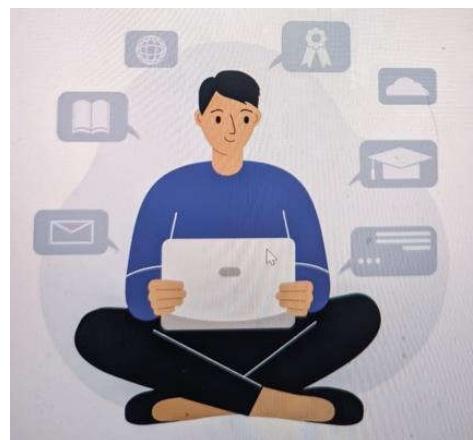
## ~~~~~

## SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

### Case Study – 1

36. Self-study helps students to build confidence in learning. It boosts the self-esteem of the learners. Recent surveys suggested that close to 50% learners were self-taught using internet resources and upskilled themselves.



A student may spend 1 hour to 6 hours in a day in upskilling self. The probability distribution of the number of hours spent by a student is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} kx^2, & \text{for } x = 1, 2, 3 \\ 2kx, & \text{for } x = 4, 5, 6 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

where  $x$  denotes the number of hours.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Express the probability distribution given above in the form of a probability distribution table. 1
- (ii) Find the value of  $k$ . 1
- (iii) (a) Find the mean number of hours spent by the student. 2

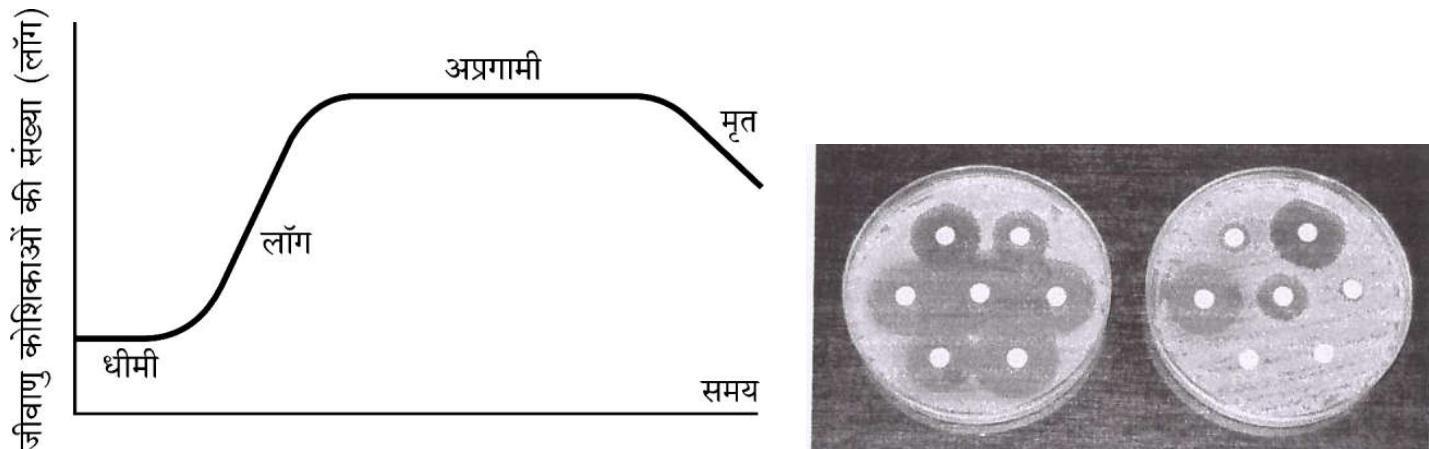
**OR**

- (iii) (b) Find  $P(1 < X < 6)$ . 2



## प्रकरण अध्ययन – 2

37. एक निश्चित संख्या में जीवाणुओं का एक जीवाणु नमूना एक निश्चित समय में चरघातांकी रूप से बढ़ता हुआ देखा गया है। चरघातांकी वृद्धि मॉडल का उपयोग करके, जीवाणु के इस नमूने की वृद्धि दर की गणना की जाती है।



जीवाणुओं की वृद्धि को दर्शाने वाला अवकल समीकरण इस प्रकार दिया गया है :

$$\frac{dP}{dt} = kP, \text{ जहाँ } P \text{ किसी भी समय } 't' \text{ पर जीवाणुओं की जनसंख्या है।}$$

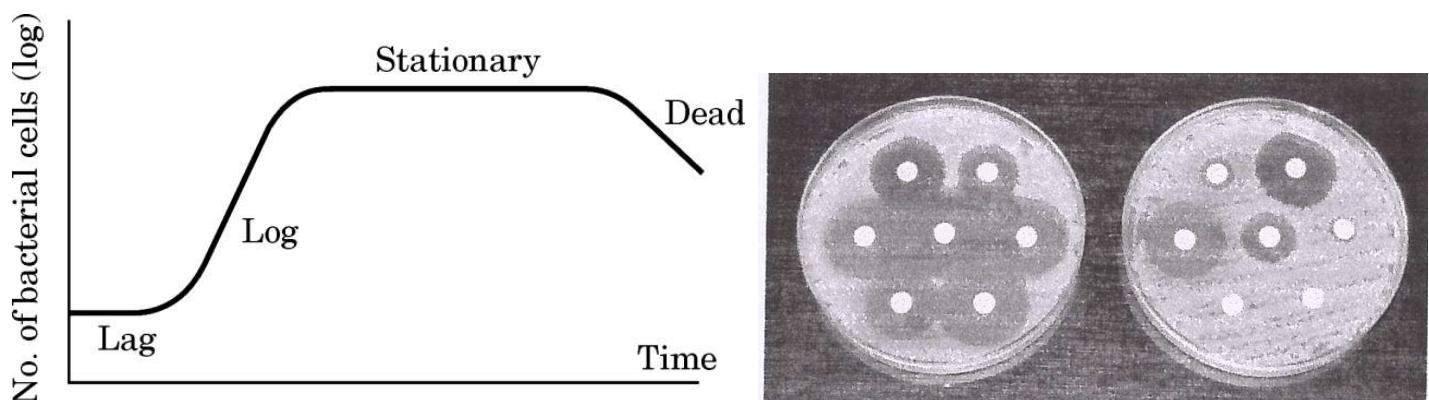
उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) दिए गए अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए और इसको ' $t$ ' के चरघातांकी फलन के रूप में व्यक्त कीजिए । 2
- (ii) यदि जीवाणुओं की जनसंख्या  $t = 0$  पर 1000 और  $t = 1$  पर 2000 है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए । 2

~~~~~

### Case Study – 2

37. A bacteria sample of certain number of bacteria is observed to grow exponentially in a given amount of time. Using exponential growth model, the rate of growth of this sample of bacteria is calculated.



The differential equation representing the growth of bacteria is given as :

$$\frac{dP}{dt} = kP, \text{ where } P \text{ is the population of bacteria at any time 't'}$$

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Obtain the general solution of the given differential equation and express it as an exponential function of 't'. 2
- (ii) If population of bacteria is 1000 at  $t = 0$ , and 2000 at  $t = 1$ , find the value of  $k$ . 2



### प्रकरण अध्ययन – 3

38. छात्रवृत्ति एक छात्र को शिक्षा के लिए भुगतान करने में मदद करने के लिए प्रदान की जाने वाली धनराशि है। कुछ छात्रों को उनकी शैक्षणिक उपलब्धियों के आधार पर छात्रवृत्ति दी जाती है, जबकि अन्य को उनकी वित्तीय आवश्यकताओं के आधार पर पुरस्कृत किया जाता है।



हर वर्ष एक स्कूल कुछ मानदंडों के आधार पर बालिकाओं और मेधावी उपलब्धि हासिल करने वालों को छात्रवृत्ति प्रदान करता है। सत्र 2022 – 23 में, स्कूल ने कुछ छात्राओं को ₹ 3,000 प्रत्येक की मासिक छात्रवृत्ति और शैक्षणिक और साथ ही खेल में मेधावी उपलब्धि हासिल करने वालों को ₹ 4,000 प्रत्येक की मासिक छात्रवृत्ति की पेशकश की।

कुल मिलाकर, 50 छात्रों को छात्रवृत्ति प्रदान की गई और स्कूल द्वारा छात्रवृत्तियों पर ₹ 1,80,000 मासिक खर्च किया गया।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- |  |   |
|--|---|
| (i) दी गई सूचना को आव्यूहों का उपयोग करते हुए, बीजगणितीय रूप में व्यक्त कीजिए।                                 | 1 |
| (ii) जाँच कीजिए कि क्या प्राप्त हुआ आव्यूह समीकरण निकाय संगत है या नहीं।                                       | 1 |
| (iii) (क) आव्यूहों का प्रयोग करके, स्कूल द्वारा प्रत्येक प्रकार की दी गई छात्रवृत्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए। | 2 |

#### अथवा

- |  |   |
|--|---|
| (iii) (ख) यदि छात्रवृत्ति की धनराशियाँ, जो एक बालिका को और एक मेधावी छात्र को प्रदान की गई हैं, को परस्पर बदल दिया जाए, तो स्कूल का मासिक खर्च क्या होगा ? | 2 |
|--|---|

### Case Study – 3

38. A scholarship is a sum of money provided to a student to help him or her pay for education. Some students are granted scholarships based on their academic achievements, while others are rewarded based on their financial needs.



Every year a school offers scholarships to girl children and meritorious achievers based on certain criteria. In the session 2022 – 23, the school offered monthly scholarship of ₹ 3,000 each to some girl students and ₹ 4,000 each to meritorious achievers in academics as well as sports.

In all, 50 students were given the scholarships and monthly expenditure incurred by the school on scholarships was ₹ 1,80,000.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Express the given information algebraically using matrices. 1
- (ii) Check whether the system of matrix equations so obtained is consistent or not. 1
- (iii) (a) Find the number of scholarships of each kind given by the school, using matrices. 2

**OR**

- (iii) (b) Had the amount of scholarship given to each girl child and meritorious student been interchanged, what would be the monthly expenditure incurred by the school ? 2